

## Computer Simulation and Experimental Study of Deformation in a Radial Tire under Different Static Loads Using Finite Element Method

Mir Hamid Reza Ghoreishy\*, Ghasem Naderi, and Mojtaba Zare

Department of Rubber Processing and Engineering, Faculty of Processing, Iran Polymer and Petrochemical Institute, P.O. Box: 14975-112, Tehran, Iran

Received 16 December 2013, accepted 19 May 2014

### ABSTRACT

This research work is devoted to the simulation of a steel-belted radial tire under different static loads. The nonlinear finite element calculations were performed using the MSC.MARC code, installed on a computer system equipped with a parallel processing technology. Hybrid elements in conjunction with two hyper-elastic models, namely Marlow and Yeoh, and rebar layer implemented in surface elements were used for the modeling of rubbery and reinforcing parts, respectively. Linear elastic material models were also used for the modeling of the reinforcing elements including steel cord in belts, polyester cord in carcass and nylon cord in cap ply section. Two-dimensional axisymmetric elements were used for the modeling of rim-mounting and inflation and three-dimensional models were developed for the application of the radial, tangential, lateral and torsional loads. Different finite element models were developed, in which both linear and quadratic elements were used in conjunction with different mesh densities in order to find the optimum finite element model. Based on the results of the load deflection (displacement) data, the tire stiffness under radial, tangential, lateral and torsional loads were calculated and compared with their corresponding experimentally measured values. The comparison was verified by the accuracy of the measured radial stiffness. However, due to the neglecting of the stiffness in shear and bending modes in cord-rubber composites, modeled with rebar layer methodology, the difference between computed values and real data are not small enough so that a more robust material models and element formulation are required to be developed.

#### Keywords:

tire,  
finite element method,  
MSC.MARC software,  
static loads,  
radial, tangential, lateral and  
torsional stiffness

(\*)To whom correspondence should be addressed.

E-mail: [m.h.r.ghoreishy@ippi.ac.ir](mailto:m.h.r.ghoreishy@ippi.ac.ir)

## شبیه‌سازی رایانه‌ای و بررسی تجربی تغییر شکل در تایلر رادیال سواری زیر بارهای ایستای مختلف به روش اجزای محدود

میرحمید رضا قریشی\*، قاسم نادری، مجتبی زارع

تهران، پژوهشگاه پلیمر و پتروشیمی ایران، پژوهشکده فرایند، گروه فرایند و مهندسی لاستیک، صندوق پستی ۱۱۲-۱۴۹۷۵

دریافت: ۹۲/۹/۲۵، پذیرش: ۹۳/۲/۲۹

مجله علوم و تکنولوژی پلیمر،  
سال بیست و هفتم، شماره ۴،  
صفحه ۳۳۶-۳۲۵، ۱۳۹۳  
ISSN: 1016-3255  
Online ISSN: 2008-0883

### چکیده

در پژوهش حاضر، شبیه‌سازی تایلر رادیال زیر بارهای مختلف عمودی، برشی (طولی و جانبی) و پیچشی ایستا بررسی و محاسبات با نرم‌افزار MSC.MARC روی سامانه رایانه‌ای مبتنی بر پردازش موازی انجام شد. برای مدل‌سازی بخش‌های لاستیکی از اجزای هیبریدی، که در آن تغییر مکان و فشار به‌طور هم‌زمان در نظر گرفته شده است، همراه با دو مدل ابرکشسان Marlow و Yeoh و برای اجزای لیفی از اجزای میله‌ای همراه با مدل کشسان خطی استفاده شد. مدل‌سازی در حالت دوبعدی با تقارن محوری برای بارگذاری‌های جاننشانی و بادشدن تایلر و حالت سه‌بعدی برای اعمال بارگذاری‌های عمودی، برشی و پیچشی انجام شد. از چند شبکه مختلف اجزا (خطی و مرتبه دوم) همراه با چگالی‌های مختلف از لحاظ تعداد و آرایش اجزا استفاده و شبکه بهینه معین شد. با استفاده از نمودارهای نیرو برحسب تغییر مکان (و گشتاور برحسب زاویه پیچش) به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی‌های انجام شده، مقادیر سفتی‌های عمودی، طولی، عرضی و پیچشی محاسبه شدند. این داده‌ها با مقادیر اندازه‌گیری شده تجربی که به کمک دستگاه اندازه‌گیری سفتی انجام شده بود، مقایسه شد که حاکی از دقت بسیار خوب مدل در پیش‌بینی سفتی شعاعی است. اما سفتی‌های طولی، عرضی و پیچشی با دقت کمتری محاسبه شدند که علت این مسئله نیز به عدم قابلیت اجزای میله‌ای در لحاظ‌کردن دقیق نیروهای برشی و خمشی کامپوزیت لاستیک و الیاف بلند برمی‌گردد. از این‌رو، ایجاد و توسعه مدل‌های مواد و فنون جدیدتر مدل‌سازی کامپوزیت لاستیک - الیاف برای در نظر داشتن رفتارهای یاد شده ضروری است.

### واژه‌های کلیدی

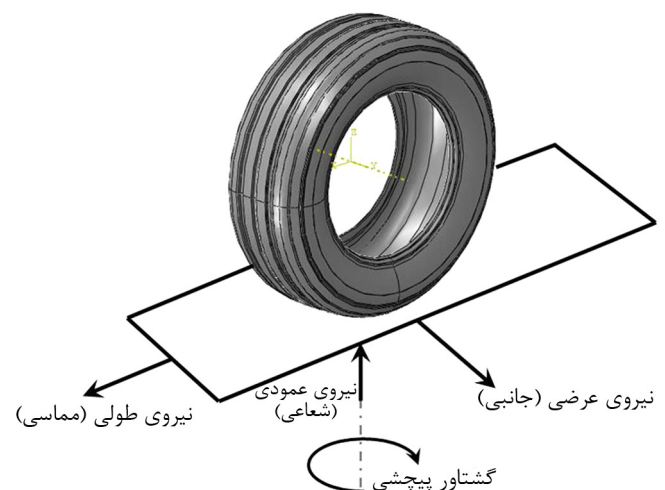
تایلر،  
روش اجزای محدود،  
نرم‌افزار MSC.MARC،  
بارهای ایستا،  
سفتی‌های عمودی، طولی،  
عرضی و پیچشی

## مقدمه

تایر سازه‌ای پیچیده بوده که از مواد و اجزای گوناگون با ویژگی‌های منحصر به فرد نظیر لاستیک با قابلیت تغییر شکل‌های زیاد و الیاف آلی و فولادی با قدرت استحکام بسیار زیاد و تغییر شکل‌های بسیار کم، تشکیل شده است. مهندسی تایر به دلیل انتظارات عملکردی زیادی که از آن می‌رود، فرایندی دشوار و پرهزینه بوده که شامل موارد متعددی همچون انتخاب نوع و مقدار مواد آمیزه‌کاری، تعیین ابعاد هندسی اجزا، جانمایی، تعیین آرایش الیاف و طرح نقش رویه است. از سوی دیگر، هر روز الزامات مختلف و جدیدی بر خودروسازان همچون کاهش مصرف سوخت، رعایت استانداردهای زیست‌محیطی نظیر کاهش صدا و سایر آلاینده‌ها وارد می‌شود که آنها را مجبور می‌سازد تا خودروهایی با طراحی‌های جدید به بازار روانه سازند. در نتیجه، فرایند طراحی تایر مقوله‌ای پویا و مستمر بوده و شرکت‌های بزرگ همواره به‌عنوان دستور کلی به دنبال راه‌های جدید و میان‌بر برای طراحی هستند.

استفاده از شبیه‌سازی رایانه‌ای و نرم‌افزارهای مبتنی بر آن از جمله راهکارهایی است که به‌عنوان روش‌های جا افتاده و پرکاربرد در صنعت تایر به‌طور گسترده استفاده می‌شوند. از این میان، روش اجزای محدود به‌عنوان سرشاخه و پیش‌تاز این روش‌ها از جایگاه ویژه‌ای برخوردار است. دامنه کاربرد این روش از تحلیل‌های ساده جانمایی (mounting) تایر روی رینگ آغاز شده و تا تحلیل‌های پویا و گذرا ادامه می‌یابد.

شبیه‌سازی تایر زیر بارهای ایستای یکی از این مجموعه تحلیل‌هاست که می‌تواند اطلاعات بسیار مفید و کاربردی درباره نحوه عملکرد تایر به ما بدهد. بنابر تعریف، منظور از بارهای ایستای دسته از نیروهای



شکل ۱- بارهای ایستای وارد شده به تایر در حالت‌های عمودی، طولی، عرضی و پیچشی.

هستند که با گذر زمان تغییر نکرده و مقدار آنها ثابت می‌ماند. آنچه در این مقاله به‌عنوان بارهای ایستا مدنظر نویسندگان است، شامل بار عمودی ایستا که ناشی از اعمال وزن خودرو بوده و سه مؤلفه بار برشی در جهت‌های طولی (مماسی)، عرضی یا جانبی و بار پیچشی است که هر سه مورد اخیر پس از بروز تماس تایر با سطح زمین به آن اعمال می‌شود (شکل ۱). تحلیل تایر زیر این بارها توزیع تنش و کرنش به همراه متغیرهای تماسی همانند فشار ناحیه تماس، اندازه جاپا و توزیع تنش‌های مماسی را می‌دهد. افزون بر این، نمودارهای تغییرات نیرو برحسب تغییر مکان، که از روی آنها می‌توان مقادیر سفتی‌های عمودی یا شعاعی، جانبی، طولی و پیچشی را محاسبه کرد، نیز اطلاعات ارزشمندی درباره عملکرد تایر به طراح می‌دهد. بنابراین، شبیه‌سازی تایر زیر بارهای ایستا را می‌توان نخستین گام در تحلیل و طراحی تایر به‌شمار آورد که خروجی‌های آنها نه تنها به‌عنوان ابزاری برای بهینه‌سازی می‌تواند استفاده شود، بلکه پایه تحلیل‌های پیچیده‌تر پویا نیز هست. از این‌رو، شبیه‌سازی دقیق و کم خطای تایر زیر این بارها از اهمیت بسزایی برخوردار است.

از نرم‌افزارهایی که در حوزه طراحی و تحلیل تایر به دفعات متعدد استفاده می‌شود و همچنان به‌عنوان گزینه اصلی پیش روی تحلیل‌گران تایر قرار دارد، نرم‌افزار MARC [۱] است. این نرم‌افزار با قابلیت‌های فراوانی که در زمینه شبیه‌سازی سازه‌های پیچیده و قطعات لاستیکی دارد، از قابلیت بسیاری برای این منظور برخوردار است. در پژوهش حاضر، از این نرم‌افزار برای شبیه‌سازی مراحل جانمایی، بادشدن و بارگذاری‌های عمودی، برشی و پیچشی ایستا در تایر رادیال سواری با اندازه 250/60R15 استفاده شد که جزئیات آن در بخش‌های بعدی به تفصیل آورده شده است. همچنین، برای بررسی مقدار دقت و صحت پاسخ‌های به‌دست آمده نتایج شبیه‌سازی با مقادیر سفتی‌های اندازه‌گیری شده در مرکز آزمون تایر مقایسه شد که شامل سفتی شعاعی (radial stiffness)، سفتی طولی یا مماسی (longitudinal/tangential stiffness)، سفتی عرضی یا جانبی (lateral stiffness) و سفتی پیچشی (torsional stiffness) است.

## پیشینه پژوهش

بیشترین پژوهش‌های انجام شده در زمینه شبیه‌سازی تایر با دو نرم‌افزار Abqus و MARC انجام شده است. از آنجا که یکی از اهداف اصلی این پژوهش سنجش عملکرد نرم‌افزار MARC است، در این بخش مقالاتی که در آن از این نرم‌افزار برای شبیه‌سازی تایر استفاده شده به‌طور مختصر معرفی و بررسی شده و در انتها به چند کار انجام شده با نرم‌افزار Abqus اشاره شده است.

مدل دوبعدی متقارن محوری برای شبیه‌سازی سوارکردن تایر روی رینگ و باد کردن آن به کار گرفته شد. مدل اجزای محدود سه‌بعدی نیز برای بررسی تغییر شکل عمودی تایر زیر بار عمودی استفاده و در نهایت نتایج با حالت تجربی بررسی شد. منحنی بار- تغییر شکل به دست آمده از تحلیل اجزای محدود و حالت تجربی با هم مقایسه شدند. نمودار به دست آمده از شبیه‌سازی، مقادیر بیشتری نسبت به مقادیر تجربی داشت و برهم منطبق نبودند. آنها این موضوع را به خطی بودن اجزا نسبت دادند.

قریشی و همکاران [۹] یک تایر رادیال اندازه 185/65R14 را با نرم افزار Abaqus و زیر بار عمودی ایستا با هدف بررسی اثر طرح رویه روی نمودار نیرو - جابه‌جایی و شکل جاپا بررسی کردند. نتایج به دست آمده تطابق خوبی با کارهای تجربی داشت. آنها نشان دادند، تحلیل اجزای محدود تایر بدون در نظر گرفتن اثر طرح رویه نه تنها به زمان اجرا و منابع سخت‌افزاری کمتری نیاز دارد، بلکه تفاوت نتایج مربوط به تغییر شکل‌های پیش‌بینی شده بین دو مدل یاد شده نیز چندان محسوس نیست. در کار دیگری، قریشی [۱۰] تایر رادیال اندازه 175/70R1484T را در حالت ایستا و با در نظر گرفتن طرح رویه بررسی کرده و اثر زاویه تسمه را روی نتایج ارزیابی کرد. وی دریافت، با کاهش زاویه تسمه سفتی شعاعی افزایش می‌یابد، در حالی که طرح رویه اثر چندان روی مقدار سفتی شعاعی نداشته و نمودار نیرو - جابه‌جایی در دو حالت تقریباً یکسان است. همچنین نشان داده شد، افزایش زاویه تسمه منجر به افزایش کمی در فشار بیشینه می‌شود که به علت افزایش در سفتی جانبی است. با مقایسه نتایج، زاویه تسمه ۲۰ درجه به عنوان مقدار بهینه برای پارامتر طراحی معین شد.

Gruber و همکاران [۱۱] با نرم‌افزار Abaqus ساخت مدل اجزای محدود را که قابلیت پیش‌بینی رفتار ایستای تایر داشته باشد، با جزئیات زیادی مورد توجه قرار دادند. آنها به‌ویژه اثر اصطکاک و کجی را بررسی کردند. تایر مطالعه شده، از نوع مسابقه‌ای بود و نتایج شبیه‌سازی با داده‌های تجربی شامل توزیع فشار تماسی و مشخصه‌های نیرو و تغییر شکل مقایسه شد. نتایج شبیه‌سازی نشان داد، ضریب اصطکاک ۰/۵ برای جلوگیری از لغزش رویه تایر در آزمون‌های بارگذاری ایستا برای این تایر خاص کافی است. مقادیر کمتر اصطکاک منجر به لغزش ترد و کاهش سفتی عمودی تایر می‌شود. Moisescu و همکاران [۱۲] با نرم‌افزار Abaqus مدل‌سازی سه‌بعدی تایر رادیال سنگین باری را انجام دادند. هدف آنها به دست آوردن توزیع تنش در بخش تماس تایر با زمین در حالت ایستا و پس از اعمال بار عمودی طولی و عرضی روی تایر بود.

Pelc [۲] مدل سه‌بعدی تایر را در حالت ایستا با نرم‌افزار MARC بررسی کرد. در این کار، ابتدا یک مدل دوبعدی و به دنبال آن مدل سه‌بعدی ایجاد شد. در حالت دوبعدی اثر فشار باد و در حالت سه‌بعدی نیز تنش بین جاده و تایر و تغییر نیرو در برابر بار عمودی وارد شده بررسی شد. بیشتر تلاش‌های انجام شده تا آن زمان برای ایجاد مدل تایر با در نظر گرفتن الیاف و لاستیک به عنوان مجموعه ارتوتروپیک انجام می‌شد. وی در کار خود روش جدیدی را ارائه داد که در آن از دو نوع اجزا استفاده شد. این دو نوع نماینده الیاف و لاستیک بودند و با استفاده از فنی، اجزای الیاف درون اجزای لاستیک قرار گرفت. نتایج به دست آمده از این روش تطابق قابل قبولی با نتایج تجربی داشتند.

Alkan و همکاران [۳] مدل‌سازی تایر رادیال اندازه 155R13 در حالت ایستا با نرم‌افزار MARC را با هدف بررسی اثر مانع (cleat) روی نمودار نیرو- جابه‌جایی در حالت ایستا انجام دادند. مقایسه نمودارهای نیرو- جابه‌جایی به دست آمده از مدل‌سازی با داده‌های تجربی نشان داد، پس از جابه‌جایی مشخصی نتایج با هم توافق دارند. Yanjin و همکاران [۴] نیز مدل سه‌بعدی تایر رادیال اندازه 195/60R14 را با نرم‌افزار MARC ایجاد کرده و عملکرد کجی در حالت ایستا با زاویه‌های مختلف را تحلیل کردند. ابتدا، مدل دوبعدی از تایر و سپس با چرخش مدل دوبعدی حول محور تقارن مدل سه‌بعدی تایر ایجاد شد. آنها برای مدل‌کردن اجزای لاستیکی از اجزای هیبریدی و برای اجزای تقویت‌کننده از اجزای میله‌ای استفاده کردند. همچنین، سفتی عمودی کجی تحت زاویه‌های مختلف کجی را در حالت ایستا بررسی کردند و براساس نتایج تحلیل، فرمولی را برای اثر زاویه کجی روی سفتی عمودی کجی ارائه دادند.

Rhyne [۵] فرمولی مبتنی بر مشخصه‌های هندسی تایر ارائه داد که بتوان به کمک آن به‌طور قابل اطمینان سفتی عمودی را با استفاده از حداقل مجموعه پارامترهایی که راحت به دست می‌آیند، پیش‌بینی کرد. وی در این پژوهش از مدل رینگ استفاده شده توسط Koutny [۶] در مطالعات ترمودینامیک سفتی تایر استفاده کرد. براساس تحلیل Rhyne, Padula [۷] نشان داد، سفتی عمودی تایر می‌تواند به معادله ساده‌ای از هندسه تایر تبدیل شود که به‌طور گسترده قابل استفاده است. در این معادله، سفتی تایر تابعی خطی از فشار باد شدن تایر است. این مفهوم به‌طور تجربی در کار Rhyne نشان داده شده است. Korunovic و همکاران [۸] ساختار تحلیل اجزای محدود ایستا را که ممکن است، در طراحی تایر استفاده شود، تحلیل کرده و اهداف ممکن از تحلیل اجزای محدود را در حالت ایستا بررسی کردند. آنها از تایر رادیال اندازه 165/60R14 برای بررسی نتایج استفاده کردند.

مطالعه و سفتی تایر زیر بارهای یاد شده معین شد. در این دستگاه، ابتدا تایر باد شده با سازوکار نگه‌دارنده در جای خود ثابت می‌شود. سپس، صفحه صلب فولادی به طرف آن حرکت کرده و تغییر شکل عمودی یا شعاعی ایجاد می‌کند. به دنبال آن، صفحه صلب در سه حالت طولی، عرضی و پیچشی حرکت داده می‌شود تا جابه‌جایی‌های طولی، عرضی و پیچشی ایجاد کند. در هر مرحله، سامانه رایانه‌ای متصل به دستگاه مقادیر سفتی‌های متناظر با هر تغییر شکل را محاسبه و ثبت می‌کند.

### مدل سازی اجزای محدود

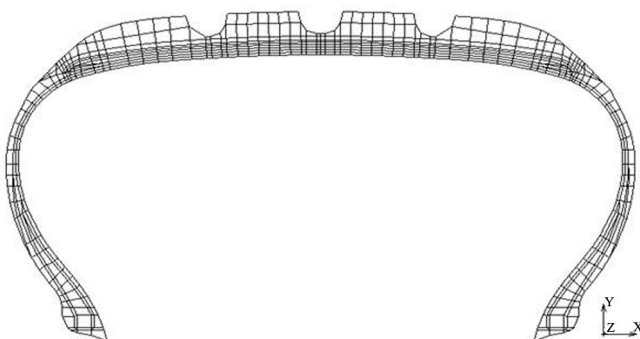
تایر مطالعه شده رادیال با اندازه 205/60R15 ساخت داخل بود که بدنه اصلی آن از یک لایه پلی‌استر، دو لایه تسمه با الیاف فولادی با زاویه  $22^\circ$  نسبت به خط محیطی و دو لایه نهایی ساخته شده از الیاف نایلون تشکیل شده بود. شکل ۲ جانمایی تایر مطالعه شده را نشان می‌دهد.

این جانمایی ابتدا به شکل دوبعدی در نرم‌افزار AutoCAD ترسیم و سپس به محیط نرم‌افزار MARC وارد شد. به دنبال آن شبکه اجزای محدود دوبعدی متقارن محوری تایر ساخته شد. برای این کار از اجزای تراکم‌ناپذیر هرمان (Herrmann) و اجزای میله‌ای (rebar) برای تقویت‌کننده‌ها استفاده شد. اجزای هرمان از نوع هیبریدی بوده و در آن دو مؤلفه تغییر مکان و فشار به‌طور جداگانه مدل می‌شوند و امکان در نظر گرفتن رفتار تراکم‌ناپذیر (حجم ثابت) را فراهم می‌کنند. درحقیقت، این اجزا مشابه اجزای مایع در اجزای محدود سیالات عمل می‌کنند و به نوعی تضمین‌کننده معادله پیوستگی (در چگالی ثابت) هستند. از این مدل برای شبیه‌سازی مراحل جانمایی و باد شدن تایر استفاده شد. برای بررسی اثر نوع اجزا و تعداد درجه‌های آزادی، مدل دوبعدی با دو نوع اجزای دوخطی چهارگره‌ای (bilinear) و هشت‌گره‌ای مرتبه دوم (biquadratic) استفاده شد. دامنه مسئله در

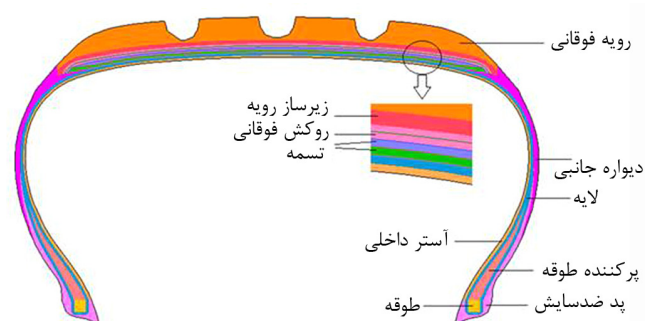
Wang و همکاران [۱۳] با نرم‌افزار Abaqus بارگذاری عمودی را روی تایر شبیه‌سازی کردند. آنها رابطه بین بار عمودی و تغییر شکل عمودی تایر و نیز توزیع فشار ناحیه تماس را در دو حالت تجربی و استفاده از روش اجزای محدود به‌دست آوردند. همچنین، آنها نیروهای تسمه را هنگامی که تایر در تماس با سطح سخت زمین است، به‌دست آوردند. نتایج حاصل توافق بسیار خوبی با نتایج تجربی داشتند. براساس جست‌وجوی مطالعات انجام شده و تجربیات نویسندگان این مقاله، مهم‌ترین جنبه نوآوری پژوهش حاضر را می‌توان در استفاده از نرم‌افزار MARC برای شبیه‌سازی و پیش‌بینی سفتی‌های شعاعی یا عمودی، طولی یا تماسی، عرضی جانبی و پیچشی تایر زیر بارهای ایستا، مطالعه عددی، استفاده از مدل‌های مکانیکی مختلف مواد لاستیکی (مدل‌های ابر کشسان) و نحوه شبکه‌بندی و انتخاب اجزا روی دقت و صحت جواب‌های به‌دست آمده زیر بارهای ایستای گفته شده دانست. همچنین، مقایسه نتایج با داده‌های تجربی اندازه‌گیری شده و سنجش عملکرد روش اجزای محدود که برای اولین بار طی کار پژوهشی جامع و یکپارچه انجام شده است.

### تجربی

فعالیت‌های تجربی در این پژوهش در دو بخش انجام شد. در بخش نخست، رفتار مکانیکی آمیزه‌های تشکیل‌دهنده تایر با داده‌های به‌دست آمده از آزمون کششی و برآزش غیرخطی آنها معین شد. این آزمون مطابق استاندارد ASTM D412 با دستگاه کشش موجود در کارگاه لاستیک پژوهشگاه پلیمر و پتروشیمی ایران انجام شد. در بخش دوم رفتار تایر زیر بارهای مختلف ایستا شامل بار شعاعی (عمودی)، طولی (مماسی)، عرضی (جانبی) و پیچشی با دستگاه سنجش رفتار ایستای تایر موجود در مرکز آزمون مجتمع صنایع لاستیک کرمان



شکل ۳- شبکه اجزای محدود دوبعدی تایر.

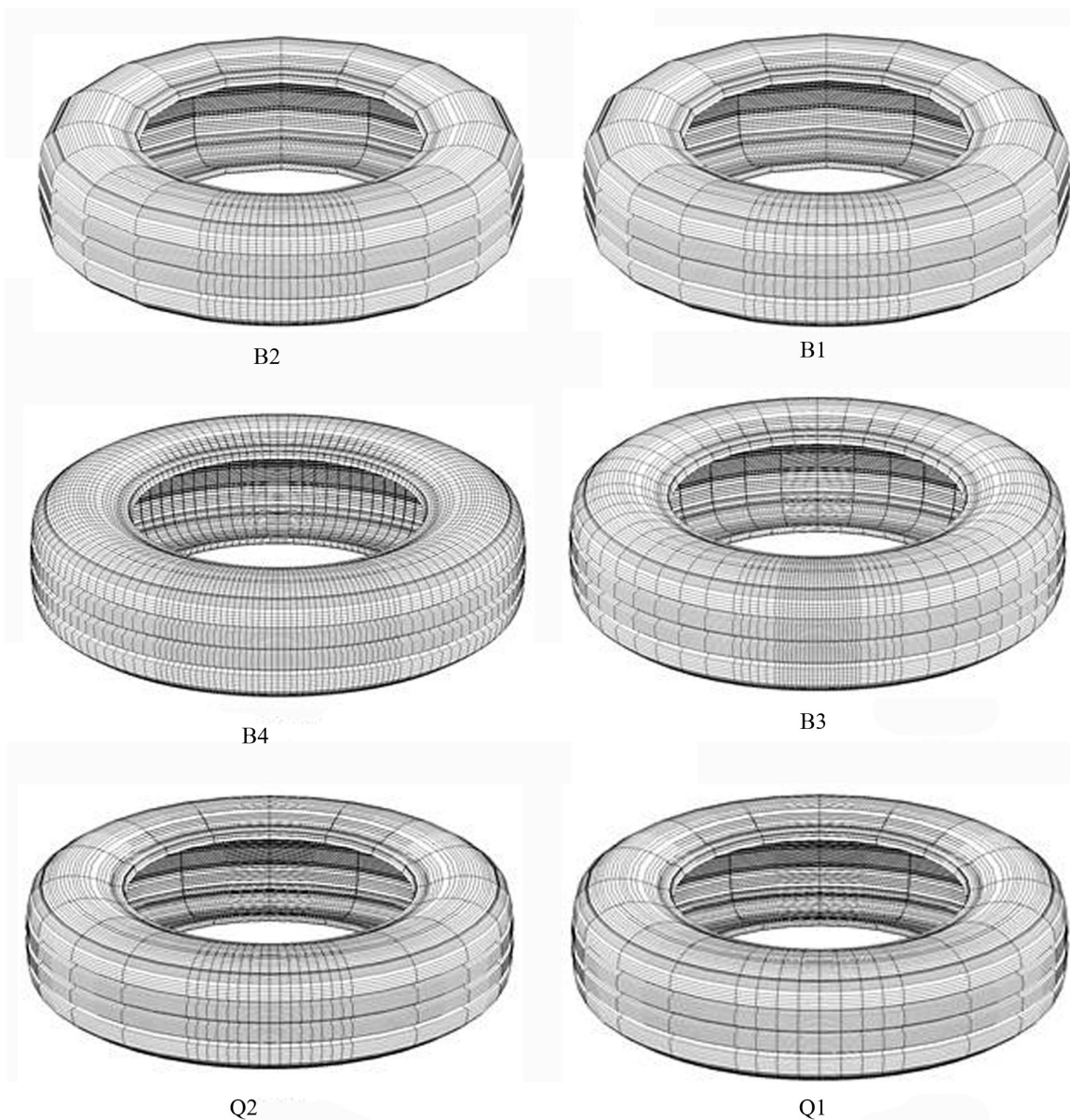


شکل ۲- جانمایی تایر مطالعه شده و اجزای به‌کار رفته در آن.



این مدل‌ها از لحاظ تعداد گره‌ها، تعداد و نوع اجزا و آرایش آنها داده شده است. نکته حائز اهمیت آرایش و نحوه چگالی اجزا در جهت محیطی بوده که برای هر مدل در سطر آخر جدول ۱ آمده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، بیشترین تعداد و چگالی اجزا مربوط به مدل B4 بوده که در آن از اجزای خطی استفاده شده است. هر چند مدل‌های Q1 و Q2 افزون بر اینکه از اجزای با تقریب مرتبه دوم برخوردارند، در آنها از چگالی شبکه نسبتاً بیشتر نیز استفاده شده است. شایان ذکر است، نحوه فرمول‌بندی اجزای محدود و چگونگی تقریب متغیرها در مقالات پیشین [۱۴،۱۵] آورده شده و بنابراین از تکرار آنها خودداری می‌شود.

این حالت به ۱۰۳۶ اجزا و ۷۸۳ گره (در حالت دوخطی) و ۲۹۴۶ گره (در حالت مرتبه دوم) تقسیم شد (شکل ۳). پس از اتمام مدل‌سازی دوبعدی، بارهای ایستا در حالت سه‌بعدی اعمال شدند. بدین منظور، مدل دوبعدی یاد شده به اندازه  $360^\circ$  حول محور مرکزی تایر دوران داده و مدل سه‌بعدی آن ایجاد شد. برای دستیابی به دقت بیشتر در منطقه تماس تایر با زمین از تعداد اجزای بیشتری نسبت به سایر نواحی استفاده شد. برای بررسی نحوه مدل‌سازی از نظر اجزای انتخابی (خطی و مرتبه دوم) و نیز تعداد و چگالی شبکه اجزای محدود (mesh density) در مجموع شش مدل سه‌بعدی ساخته شد که در شکل ۴ نشان داده شده‌اند. در جدول ۱ نیز مشخصات



شکل ۴- شبکه اجزای محدود سه‌بعدی تایر (جزئیات مربوط به هر مدل در جدول ۱ آمده است).

جدول ۱- کد مدل‌های ایجاد شده همراه با مشخصات شبکه اجزای محدود برای مدل سه‌بعدی تایر.

Q2	Q1	B4	B3	B2	B1	کد مدل
۹۷۲۸۰	۷۲۹۶۰	۱۰۹۶۲۰	۵۴۸۱۰	۲۸۱۸۸	۲۵۰۵۶	تعداد گره‌ها
۳۳۰۸۸	۲۴۸۱۶	۱۴۴۷۶۰	۷۲۳۸۰	۳۷۲۲۴	۳۳۰۸۸	تعداد اجزا
۲۰-گره‌ای نوع ۳۵	۲۰-گره‌ای نوع ۳۵	۸-گره‌ای نوع ۸۴	۸-گره‌ای نوع ۸۴	۸-گره‌ای نوع ۸۴	۸-گره‌ای نوع ۸۴	نوع و کد اجزای استفاده شده برای مواد لاستیکی در کتابخانه [۱۶] (element library)
۸-گره‌ای نوع ۱۴۸	۸-گره‌ای نوع ۱۴۸	۴-گره‌ای نوع ۱۴۷	۴-گره‌ای نوع ۱۴۷	۴-گره‌ای نوع ۱۴۷	۴-گره‌ای نوع ۱۴۷	نوع و کد اجزای استفاده شده برای مواد تقویت‌کننده در کتابخانه [۱۶] (element library)
۴×۲۲/۵° ۴×۱۷/۵° ۱۶×۲/۵° ۴×۱۷/۵° ۴×۲۲/۵° - -	۴×۲۲/۵° ۴×۱۷/۵° ۸×۵° ۴×۱۷/۵° ۴×۲۲/۵° - -	۵×۳° ۴×۱/۵° ۵۰×۳° - - - -	۱۰×۹° ۱۰×۷° ۵×۲° ۲۰×۱° ۵×۲° ۱۰×۷° ۱۰×۹°	۴×۲۲/۵° ۴×۱۷/۵° ۲۰×۲° ۴×۱۷/۵° ۴×۲۲/۵° - -	۴×۲۲/۵° ۴×۱۷/۵° ۱۶×۲/۵° ۴×۱۷/۵° ۴×۲۲/۵° - -	آرایش (تعداد و اندازه زاویه‌ای) اجزا در جهت محیطی

### مدل مواد

استفاده شدند، انتخاب و رفتار مکانیکی مواد لاستیکی براساس آنها بیان شد. در مدل Yeoh تابع چگالی انرژی کرنشی به شکل معادله (۱) بیان می‌شود:

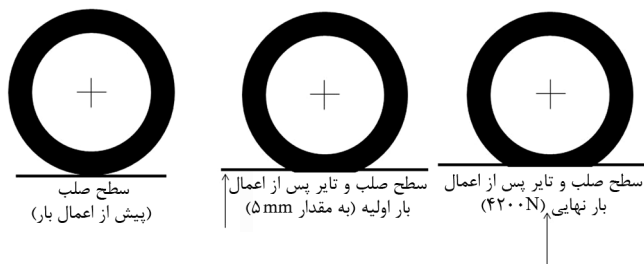
$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (1)$$

که در آن  $C_{10}$ ،  $C_{20}$  و  $C_{30}$  پارامترهای مدل هستند. برای تعیین پارامترهای مدل Yeoh داده‌های تنش - کرنش اسمی به دست آمده از آزمون‌ها برای آمیزه‌های مختلف با برازش غیرخطی تحلیل شد. پارامترهای آن برای بخش‌های مختلف تایر که در شکل ۲ نشان داده شده بود، در جدول ۲ آمده است. یادآور می‌شود، برای مدل Marlow همان طور که در مراجع [۱۸، ۱۹] اشاره شده است، پارامتری محاسبه نشده و داده‌ها به طور مستقیم هنگام شبیه‌سازی استفاده شدند.

برای بیان رفتار مکانیکی اجزای تقویت‌کننده (نخ‌های مصرفی و الیاف فولادی) از مدل کشسان خطی (با مدول یانگ و ضریب پواسون) استفاده شد. بدین منظور، نمودار تنش برحسب کرنش به کمک آزمون کششی معین و با تعیین ضریب زاویه خط مماس بر بخش‌های ابتدایی نمودار یاد شده ضریب کشسانی به دست آمد. در جدول ۳ ضرایب کشسانی و نسبت پواسون اجزای تقویت‌کننده آمده است.

مواد لاستیکی دارای رفتاری غیرخطی بوده و تقریباً تراکم ناپذیرند. از این رو، بهترین مدل‌ها برای بیان این رفتارها مدل‌های ابرکشسان هستند. این مدل‌ها با توابع چگالی انرژی کرنش و ناورداهای (invariants) تانسور کرنش یا سه نسبت کشیدگی اصلی بیان می‌شوند [۱۷]. تاکنون مدل‌های ابرکشسان زیادی برای مدل‌سازی تایر به کار گرفته شدند که می‌توان به مدل‌های Mooney-Rivlin، Yeoh، Ogden، Neo، Hookean و Marlow اشاره کرد. نکته بسیار مهم در انتخاب مدل مناسب قابلیت پیش‌بینی تنش و کرنش (تغییر شکل) است. پژوهش‌های پیشین نشان داد، برای تعیین دقیق پارامترهای مدل ابرکشسان لازم است، داده‌های تنش و کرنش به دست آمده از آزمون‌های کششی تک‌محوری، محوری، صفحه‌ای و حجمی (درحالتی که رفتار لاستیک تقریباً تراکم‌ناپذیر فرض شود) استفاده شوند [۱۷، ۱۸].

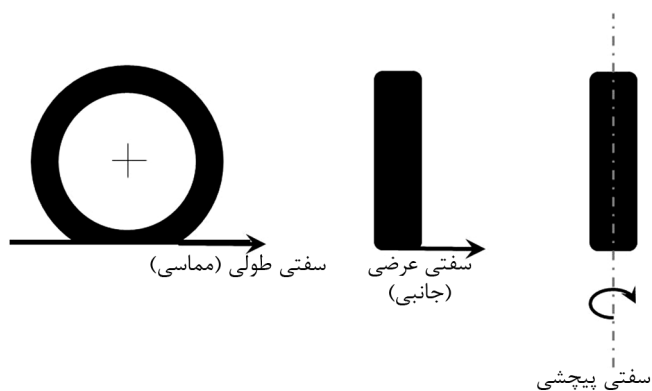
از سوی دیگر، انجام همه این آزمون‌ها بسیار زمان‌بر و پرهزینه است. بنابراین فعالیت‌های متعددی انجام شد تا مدل‌هایی ارائه شوند که تنها با مجموعه‌ای از داده‌ها بتوانند پیش‌بینی دقیقی از رفتار در سایر جهت‌ها داشته باشند. در این زمینه، مدل‌هایی که تنها برپایه نوردای اول باشند، می‌توانند این ویژگی را داشته باشند [۲۱-۱۹]. در این پژوهش، نیز دو مدل ابرکشسان Marlow [۱۹] و Yeoh [۲۱] که در کارهای پیشین نیز



شکل ۵- طرح کلی بارگذاری عمودی تایر در دو مرحله ایجاد تماس اولیه و اعمال بار نهایی.

ترتیب جهت‌های طولی، عرضی و عمودی یا شعاعی را بیان می‌دارند. پس از اتمام مرحله بارگذاری عمودی ایستا سه مرحله بارگذاری طولی یا مماسی، عرضی یا جانبی و پیچشی به‌طور جداگانه به تایر اعمال می‌شود. بدین ترتیب که با اتمام بارگذاری عمودی، به صفحه صلب در جهت طولی (x) مقداری مشخص (2 mm) تغییر مکان اعمال شده و نیروی حاصل محاسبه می‌شود. به همین ترتیب، پس از اعمال بار عمودی صفحه صلب در جهت عرضی یا جانبی (y) نیز به مقدار 2 mm حرکت داده شده و نیروی جانبی حاصل محاسبه می‌شود. سرانجام پس از اعمال بار عمودی، صفحه صلب حول محور (z) به مقدار یک درجه دوران داده شده و مقدار گشتاور ایجاد شده به همراه زاویه پیچش ثبت می‌شود.

به عبارت دیگر، سه مرحله بارگذاری اخیر مستقل از هم و پس از اعمال بار عمودی ایستا به تایر وارد می‌شوند (شکل ۶). همچنین، از معادله ساده Coulomb برای بیان اصطکاک بین تایر و سطح صلب همراه با ضریب اصطکاک 0/7 استفاده شد [10]. محاسبات اجزای محدود به روش پردازش موازی با نرم‌افزار MSC.MARC نسخه ۲۰۱۳ نصب شده بر رایانه شخصی دوبراندن‌ده‌ای که هریک دارای هشت هسته بود (جمعاً ۱۶ هسته) انجام شد.



شکل ۶- جهت‌های مختلف بارگذاری تایر زیر بار عمودی برای تعیین سفتی‌های طولی، عرضی و پیچشی.

جدول ۲- پارامترهای مدل Yeoh.

C30 (MPa)	C20 (MPa)	C10 (MPa)	ثابت‌ها	اجزای لاستیکی
-/۰۰۹۷	۰/۲۳	۱/۶۱		پد ضدسایش
۰/۰۱۷	-/۰۰۹۳	۲/۱۷۲		پرکننده طوقه
-/۰۰۰۴۹	۰/۱۴	۱/۴۴۹		تسمه
-/۰۰۰۴۵	۰/۱۳۳	۱/۲		روکش فوقانی
-/۰۰۰۰۱۲	۰/۰۰۵۵	۰/۵۱		آستر داخلی
-/۰۰۰۰۴۴	۰/۰۲۹	۰/۶		لایه
-/۰۰۰۰۲۳	۰/۰۰۲۵	۰/۳۹		دیواره جانبی
-/۰۰۰۴۳	۰/۱۱۸	۱/۱۰۵		زیرساز رویه
-/۰۰۰۳۲	۰/۰۹۹	۱/۰۱		رویه فوقانی

### شرایط مرزی و بارگذاری

بارگذاری تایر طی سه مرحله انجام شد. در مرحله اول، شبیه‌سازی مراحل جانشانی تایر روی رینگ و باد شدن تایر انجام شد. ابتدا، فاصله پاشنه تا پاشنه طوقه به مقدار 19/05 mm به یکدیگر نزدیک و فشار باد داخلی معادل 0/352 MPa به سطح داخلی وارد شد. سپس، سطح صلب تعریف شده که به‌عنوان سطح زمین در نظر گرفته می‌شود، در جهت عمودی و طی دو مرحله به سمت رویه تایر حرکت داده شد. بدین ترتیب که ابتدا سطح به مقدار 5 mm به سمت رویه تایر حرکت داده شد تا یک تماس اولیه ایجاد شود. به دنبال آن بار عمودی نهایی معادل 4200 N به تایر وارد شد (شکل ۵).

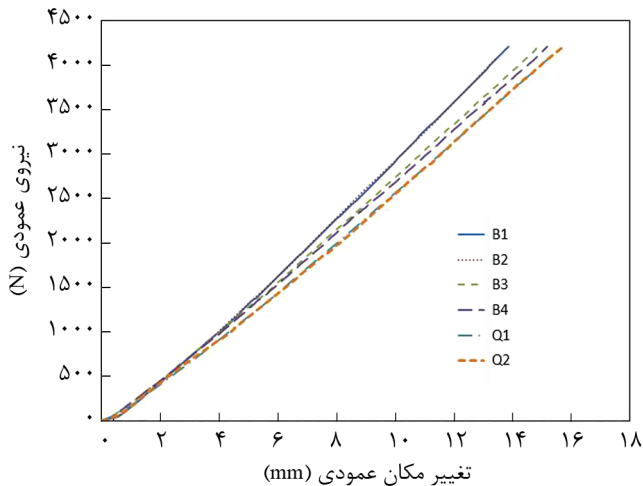
علت اینکه بار عمود در دو مرحله اعمال شد، آن است که پدیده تماس تایر با سطح زمین (سطح صلب) بسیار پیچیده بوده و در نتیجه مقدار غیرخطی بودن آن زیاد است. بنابراین، امکان دستیابی به جواب‌های همگرا طی یک مرحله مستقیم اعمال بار (4200 N) ناممکن است. از این‌رو، با اعمال تغییر مکان ثابت نسبتاً کم (5 mm) تماس اولیه ایجاد و به دنبال آن تماس نهایی با اعمال باقی‌مانده بار ایجاد می‌شود. یادآور می‌شود، مطابق استاندارد سه جهت x، y و z به

جدول ۳- ضرایب کشسان اجزای تقویت‌کننده.

نسبت پوآسون	مدول یانگ (MPa)	اجزای تقویت‌کننده
۰/۳	۴۱۳۰	نخ نایلون
۰/۳	۱۶۴۰۰	نخ پلی‌استر
۰/۳	۵۷۱۴۰	نخ فولادی
۰/۳	۵۰	طوقه



## نتایج و بحث



شکل ۷- نمودار تغییر مکان برحسب نیروی عمودی برای مدل‌های اجزای محدود (جدول ۱) و مدل مکانیکی Marlow.

که پدیده‌ای شناخته شده برای اجزای خطی و چگالی‌های شبکه اجزای محدود ناکافی است [۲۲]. شیب نمودار بار برحسب تغییر مکان در مقادیر بار حدود ۷۰٪ بار استاندارد تایر (که در این مدل N است) را سفتی عمودی (یا شعاعی تایر) در نظر گرفته و از آن به‌عنوان معیاری برای سنجش راحتی و نرمی حرکت استفاده می‌کنند. علت این است که تایر در حال سرویس زیر بار (معمولاً ۷۰٪ بار استاندارد) قرار دارد، در نتیجه شیب منحنی را در این نقطه معیار سنجش فرض می‌کنند.

پس از اتمام مرحله بارگذاری عمودی، صفحه صلب در جهت‌های طولی و عرضی تغییر مکان می‌دهد و شیب اولیه نمودار نیروی طولی (یا عرضی) برحسب تغییر مکان طولی (یا عرضی) تایر به‌عنوان سفتی‌های طولی و عرضی در نظر گرفته می‌شوند. همچنین، صفحه صلب حول محور عمودی تایر چرخانده شده و شیب نمودار گشتاور حاصل برحسب زاویه پیچش نیز به‌عنوان سفتی پیچشی محاسبه می‌شود. بر این مبنا چهار سفتی عمودی، طولی، عرضی و پیچشی تایر برای مدل‌های گفته شده در جدول ۵ آمده است. در این جدول، مقادیر اندازه‌گیری شده برای این چهار سفتی که با دستگاه اندازه‌گیری خواص ایستای تایر در مرکز آزمون انجام شده بود، نیز برای مقایسه

پس از اتمام مرحله اول بارگذاری روی مدل دوبعدی (جانمایی و فشار باد)، ابعاد تایر شامل قطر خارجی و بیشینه پهناى مقطع برای مدل‌های ایجاد شده با اجزای خطی (۴-گره‌ای) و مرتبه دوم (۸-گره‌ای) همراه با دو مدل مکانیکی Yeoh و Marlow به‌دست آمدند. این داده‌ها و مقادیر تجربی اندازه‌گیری شده در جدول ۴ آمده است. مقایسه بین نتایج حاکی از انطباق خوب بین داده‌ها در تمام حالت‌هاست که مؤید دقت و صحت مدل‌های اجزای محدود ایجاد شده و نیز چگالی شبکه انتخاب شده برای حالت دوبعدی است. ملاحظه می‌شود، نتایج به‌دست آمده برای مدل‌های مکانیکی Yeoh و Marlow نزدیک به هم هستند. این موضوع نیز به دلیل آن است که هر دو مدل بر مبنای وابستگی تابع چگالی انرژی کرنشی به ناوردای اول ایجاد شده‌اند. بیان این نکته خالی از فایده نیست که در روش اجزای محدود با اجزای لاگرانژی (همانند محاسبات انجام شده در این طرح) متغیرهای اصلی یا اولیه همواره با دقت بسیار زیاد محاسبه می‌شوند. تغییر شکل نیز جزو متغیرهای اولیه است، بنابراین تمام مدل‌ها دقت زیادی داشتند و نتایج بسیار نزدیک به هم هستند که این نکته به‌خوبی از مقایسه داده‌ها در جدول ۴ مشخص است.

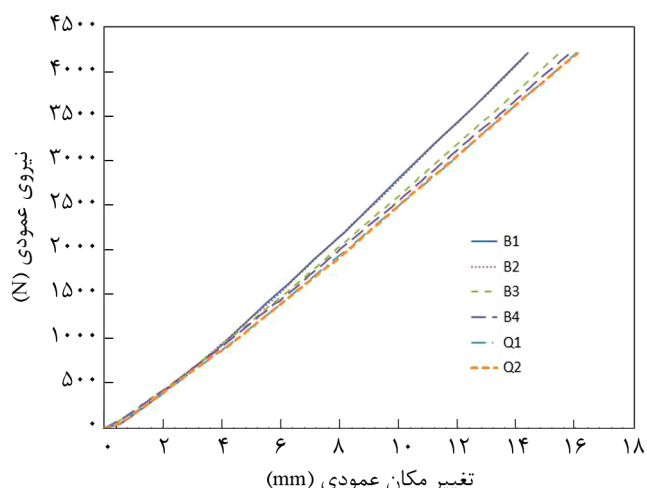
پس از اتمام مدل‌سازی دوبعدی همان‌طور که در بخش پیشین بیان شد، مدل‌سازی سه‌بعدی تایر انجام شد. ابتدا، تایر زیر بار عمودی ایستا قرار گرفت و تحلیل تنش روی آن انجام شد. با محاسبه نیروی عمودی وارده شده به سطح صلب، نمودار بار برحسب تغییر مکان برای مدل‌های اجزای محدود (جدول ۱ را ببینید) و مدل‌های مکانیکی Yeoh و Marlow رسم شد که در شکل‌های ۷ و ۸ نشان داده شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش چگالی شبکه اجزای محدود و نیز افزایش درجه تقریب اجزای نمودارها به سمت یکدیگر نزدیک شده و همگرایی ایجاد می‌شود. همچنین دیده می‌شود، افزایش دقت موجب کاهش شیب نمودارها می‌شود، یا به عبارت دیگر افزایش نرمی (کاهش سفتی) را به دنبال دارد. علت عمده این موضوع نیز به پدیده قفل‌شدگی برشی (shear locking) برمی‌گردد

جدول ۴- نتایج عددی و مقادیر اندازه‌گیری شده ابعاد تایر پس از جانمایی و بادشدن تایر.

نوع اجزا	قطر خارجی (mm)			بیشینه پهناى مقطع (mm)		
	پیش‌بینی Marlow	پیش‌بینی Yeoh	اندازه‌گیری شده	پیش‌بینی Marlow	پیش‌بینی Yeoh	اندازه‌گیری شده
خطی مرتبه دوم	۶۲۷/۸۵	۶۲۷/۸۷	۶۲۵ ± ۰/۸۸	۲۰۲/۹۶	۲۰۳/۰۸۱	۲۰۳/۳۵ ± ۰/۱۵
	۶۲۷/۷۱	۶۲۷/۷۳		۲۰۴/۳۱	۲۰۴/۴۸	

برای مدل‌های اجزای محدود با اجزای خطی و تعداد کم اجزا (درشت‌بودن نسبی اندازه اجزا) که زیر بارهای برشی قرار می‌گیرند، مقدار تغییر مکان می‌تواند بسیار کمتر از مقادیر واقعی باشد که مشابه با افزایش سفتی است. علت اصلی این پدیده در ضعف تقریب‌زدن نهفته است. بنابراین مشاهده می‌شود، با افزایش چگالی اجزا از شدت این پدیده کاسته شده و سفتی‌ها کاهش می‌یابند و به سمت مقادیر تجربی میل می‌کنند.

از سوی دیگر، برای مدل‌های Q1 و Q2 که در آن از اجزای مرتبه دوم استفاده شده، افزایش تعداد اجزا تغییر چندانی ایجاد نمی‌کند. این مسئله نیز به کافی‌بودن چگالی شبکه اجزای محدود و دقت آن برمی‌گردد. اما، نکته مهم در بررسی نتایج سفتی‌ها آن است که با وجود دقیق‌بودن نسبی سفتی‌های شعاعی، مقادیر سفتی‌های طولی، عرضی و پیچشی پیش‌بینی شده کمتر از مقادیر اندازه‌گیری شده تجربی است. علت موضوع این است که در اجزای میله‌ای سفتی‌های برشی و خمشی در نظر گرفته نمی‌شوند [1]. به عبارت بهتر، قراردادن اجزای میله‌ای داخل اجزای جامد لاستیکی اگرچه موجب افزایش سفتی کششی آنها می‌شود، اما اثر قابل ملاحظه‌ای بر سفتی برشی ندارد که همین نکته موجب بروز خطا می‌شود. البته اثر فشار باد تایر روی سفتی شعاعی به مراتب بیشتر از عوامل دیگر است و عدم احتساب سفتی‌های خمشی و برشی به وسیله اجزای میله‌ای اثر چندانی روی نتایج آن نگذاشته است. در واقع، بررسی‌های عددی و مقایسه نتایج با داده‌های تجربی حاکی از رقابت دو پدیده در افزایش و کاهش مقدار خطا در محاسبات است. از یک سو، روش مدل‌سازی استاندارد کامپوزیت لاستیک - نخ که در آن اجزای میله‌ای در اجزای جامد قرار



شکل ۸- نمودار تغییر مکان برحسب نیروی عمودی برای مدل‌های اجزای محدود (جدول ۱) و مدل مکانیکی Yeoh.

آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در حالت استفاده از اجزای خطی (مدل‌های B1 تا B4) با افزایش تعداد اجزا، سفتی‌ها کاهش می‌یابند. علت این موضوع نیز همان‌طور که گفته شد، به کاهش پدیده ناخواسته قفل‌شدگی برشی برمی‌گردد که با افزایش تعداد اجزا دقت افزایش می‌یابد. به‌طور اختصار این پدیده عددی چنین بیان می‌دارد، هنگامی که از اجزای خطی همراه با نیروهایی استفاده شود که تغییر شکل‌های پیچیده خمشی - برشی (همانند تایر) ایجاد کند، در این حالت به دلیل ضعیف‌بودن تابع تقریب‌زننده در این دسته از اجزا تغییر در انحنا به درستی انجام نمی‌شود. این معادل آن است که تنش برشی اضافه‌ای به مدل اعمال شود.

جدول ۵- مقادیر سفتی‌های پیش‌بینی شده و تجربی.

اندازه‌گیری شده	Q2	Q1	B4	B3	B2	B1	کد مدل	
							Yeoh	نوع سفتی
$274/0.8 \pm 0/118$	279/95 285/4	281/7 286/2	283/3 288	294/5 300/43	328/63 331/87	331 334	Yeoh Marlow	عمودی (N/mm)
$312/3 \pm 4/46$	286 291/36	286/3 292/5	291/2 297	304/5 325/2	401/3 409	407/6 416	Yeoh Marlow	طولی (N/mm)
$124 \pm 4/46$	108/1 110/7	108/7 111/25	115/3 118/54	118/72 122/36	144 151/3	159/8 162/4	Yeoh Marlow	جانبی (N/mm)
$59/688 \pm 0/9$	41/67 44/55	41/76 44/8	42/1 45/3	42/78 45/9	43/2 46/14	43/71 46/76	Yeoh Marlow	پیچشی (N.m/degree)

پیچشی است که برای سنجش عملکرد تایر به‌ویژه در سرعت‌های کم استفاده می‌شود. نتایج حاصل از شبیه‌سازی با داده‌های تجربی مقایسه و نشان داده شد که برای پیش‌بینی صحیح رفتار تایر استفاده از اجزای مرتبه دوم و چگالی زیاد شبکه بسیار مهم است و در حالت عدم استفاده، احتمال بروز پدیده قفل‌شدگی برشی می‌رود. سفتی عمودی تایر را می‌توان با دقت بسیار زیاد حتی در حالت استفاده از اجزای خطی به‌دست آورد. دقت سفتی‌های طولی، عرضی و پیچشی محاسبه شده به دلیل اینکه ماهیت بارگذاری از نوع برشی و پیچشی است، کمتر از سفتی عمودی بوده که این نیز به دلیل در نظر نگرفتن سفتی‌های برشی و خمشی در اجزای میله‌ای است. این اجزا برای مدل کردن الیاف تقویت‌کننده به‌کار برده می‌شوند.

### قدردانی

از مدیریت و کارشناسان گروه صنعتی بارز و مجتمع صنایع لاستیک کرمان برای فراهم ساختن مواد اولیه، داده‌های تایر و انجام آزمون‌های تجربی اندازه‌گیری سفتی تایر صمیمانه تشکر و قدردانی می‌شود.

### مراجع

- Marc M.S.C., User Manuals, Volume A, Theory and User Information, 2013.
- Pelc J., Static Three-Dimensional Modelling of Pneumatic Tyres Using the Technique of Element Overlaying, *P. I. Mech. Eng., D-J. Aut.*, **216**, 709-716, 2002.
- Alkan V., Karamihas S.M., and Anlas G., Finite Element Modeling of Static Tire Enveloping Characteristics, *Int. J. Automot. Tech.*, **12**, 529-535, 2011.
- Yanjin G., Guoqun Z., and Gang C., FEA and Testing Studies on Static Camber Performance of the Radial Tire, *J. Reinf. Plast. Compos.*, **26**, 1921-1936, 2007.
- Rhyne T.B., Development of a Vertical Stiffness Relationship for Belted Radial Tires, *Tire Sci. Technol.*, **33**, 136-155, 2005.
- Koutny F., A Method for Computing the Radial Deformation Characteristics of Belted Tires, *Tire Sci. Technol.*, **4**, 190-212, 1976.
- Padula S.M., Tire Load Capacity, *The Pneumatic Tire*, Gent A. and Walter J. (Eds.), The National Highway Traffic Safety Administration, USA, 186-205, 2005.
- Korunovic N., Trajanovic M., and Stojkovic M., FEA of Tyres Subjected to Static Loading, *J. Serb. Soc. Comp. Mech.*, **1**, 87-98, 2007.
- Ghoreishy M.H.R. and Abtahi M., A Theoretical and Experimental Study on the Footprint Analysis of a 185/65R14 Radial Tyre with Tread Pattern Using Finite Element Method, *Iran. J. Polym. Sci. Technol. (In Persian)*, **6**, 589-598, 2007.
- Ghoreishy M.H.R., Finite Element Analysis of the Steel-belted Radial Tyre with Tread Pattern under Contact Load, *Iran. Polym. J.*, **15**, 667-674, 2006.
- Gruber P., Sharp R.S., and Crocombe A.D., Friction and Camber Influences on the Static Stiffness Properties of a Racing Tyre, *P. I. Mech. Eng., D-J. Aut.*, **222**, 1965-1976, 2008.
- Moiescu R. and Fratila G., Finite Element Model of Radial Truck Tyre for Analysis of Tyre - Road Contact Stress, *U.P.B. Sci. Bull., Series D*, **73**, 85-94, 2011.
- Wang W., Yan S., and Zhao S., Experimental Verification and Finite Element Modeling of Radial Truck Tire under Static Loading, *J. Reinf. Plast. Compos.*, **32**, 490-498, 2013.
- Ghoreishy M.H.R., Steady State Rolling Analysis of A Radial Tyre: Comparison with Experimental Results, *P. I. Mech. Eng.*,

- D-J. Aut.*, **220**, 713-721, 2006.
15. Ghoreishy M.H.R., A Numerical Study on the Non-linear Finite Element Analysis of a Tyre under Axisymmetric Loading, *Iran. Polym. J.*, **11**, 325-332, 2002.
  16. Marc M.S.C., User Manuals, Volume B, Element Library, 2013.
  17. Muhr A.H., Modeling the Stress-Strain Behavior of Rubber, *Rubber Chem. Technol.*, **78**, 391-425, 2005.
  18. Ghoreishy M.H.R., An Experimental and Numerical Verification of Different Hyperelastic Material Models for Rubbers under Tension and Compression Loads, *Iran. J. Polym. Sci. Technol. (In Persian)*, **22**, 273-284, 2009.
  19. Marlow R.S., *Constitutive Models for Rubber III*, Busfield J. and Muhr A.H. (Eds.), Swets and Zeitlinger, Lisse, 2003.
  20. Gough J., Gregory I.H., and Muhr A.H., Determination of Constitutive Equations for Vulcanized Rubber, *Finite Element Analysis of Elastomers*, Boast D. and Coveney V.A. (Eds.), Professional Engineering, UK, 5-26, 1999.
  21. Yeoh O.H., Some Forms of the Strain Energy Function for Rubber, *Rubber Chem. Technol.*, **66**, 754-771, 1993.
  22. Cardoso R.P.R., Yoon J.W., and Valente R.A.F., A New Approach to Reduce Membrane and Transverse Shear Locking for One-point Quadrature Shell Elements: Linear Formulation, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, **66**, 214-249, 2006.