

# تحلیل تنشهای ایستا، پویا و فرکانسهای طبیعی و خرابی در بدنه دوچرخه های فلزی و کامپوزیتی با استفاده از روش اجزای محدود

The Analysis of Static and Dynamic Stresses, Natural Frequencies and Failure of Composite and Metallic Bicycles Frame by Using Finite Element Method

سید محمدرضا خلیلی\*، حسین نظری

تهران، دانشگاه صنعتی خواجه نصرالدین طوسی، دانشکده مهندسی مکانیک، صندوق پستی ۱۹۷۶۵/۳۳۸۱

دریافت: ۱۴۰۱/۱۱/۲۷ پذیرش: ۱۴۰۲/۲/۲۵

## چکیده

در این مقاله، تنشهای ایستا و پویا در بدنه دوچرخه های فلزی و کامپوزیتی با استفاده از روش اجزای محدود و نرم افزار NISA II بررسی شده است. با کمک این نرم افزار، مدلسازی بدنه های فولادی و کامپوزیتی انجام شده و بازگشتاری مطابق با چهار وضعیت ایستا و سه وضعیت پویای گذرا در نظر گرفته شده است. واسطه انتخاب مناسب مواد فلزی و کامپوزیتی، شکل هندسی و لایه چینی کامپوزیت تنشهای بدست آمده در بدنه فولادی و هر لایه از بدنه کامپوزیتی کمتر از تنش مجازند. همچنین، بررسی حداکثر جابه جاییها نشان می دهد که بدنه کامپوزیتی دارای جابه جایی خارج از صفحه ای کمتری نسبت به بدنه فولادی است و در نتیجه، انرژی کمتری را در خود ذخیره می کند. بررسی شکل شیوه های مختلف فرکانسهای طبیعی برای هر دو بدنه نشان می دهد که بدنه کامپوزیتی پایداری بهتری را در شیوه های مختلف نشان می دهد. با استفاده از چگالی هسته های مرکزی متعدد در بدنه های کامپوزیتی، بهبود خواص ارتعاشی نیز مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می دهد که با کاهش چگالی هسته مرکزی، خواص ارتعاشی در بدنه کامپوزیتی بهبود یافته و فرکانسهای طبیعی در بدنه افزایش می یابند. هر دو بدنه فلزی و کامپوزیتی از نظر تنشهای ایستا و پویا دارای استحکام و سفتی لازم اند، لیکن ویژگی بدنه کامپوزیتی دارا بودن نسبت استحکام به وزن و سفتی به وزن بیشتر و همچنین، نسبت ضریب اطمینان به وزن بیشتر در مقایسه با بدنه فلزی است. به علاوه، یکبارچه بودن بدنه کامپوزیتی و آیرودینامیک بودن آن در شرایط سواری، راحتی بیشتری را برای دوچرخه سوار فراهم می کند.

واژه های کلیدی: دوچرخه، بدنه فلزی، بدنه کامپوزیتی، تنشهای ایستا، تنشهای پویا، فرکانس طبیعی

**Key Words:** bicycle, metallic frame, composite frame, static stresses, dynamic stresses, natural frequency

موثرتر و دارای بازدهی بیشتر را نمایان می کند. در نتیجه، افزایش استفاده از مواد سازه ای سبک در ساخت وسایل نقلیه ضرورت دارد و در این میان استفاده از دوچرخه برای حمل و نقل انسانی راه حل مناسبی برای کاهش هزینه و آلودگی محیط زیست است. در دنیای

## مقدمه

مشکلاتی چون هزینه بالای انرژی حمل و نقل و همچنین آلودگی بیش از اندازه محیط زیست، ضرورت استفاده از وسایل مسافری

\* مسئول مکاتبات، پناه نگار smr.khalili@mail.com

دوچرخه سواری را می‌توان به وسیله معادله توان و یک معادله توازن انرژی بیان کرد. شناخت دقیق متغیرها در معادله توان و انرژی به قضاوت درست در هنگام طراحی، ساخت و حتی خرید دوچرخه کمک می‌کند.

معادله توان برای به حرکت درآوردن دوچرخه به جلو عبارت است از [۲]:

$$P = D \times V \quad (1)$$

که در آن P توان (مقاومت ایستای + مقاومت غلتشی + مقاومت آیرودینامیکی)، V سرعت (m/s) و D مجموع نیروهای پسا است.

$$D = M(C_{sr} + C_{dr}) + \frac{1}{2} C_p \rho A V^2 \quad (2)$$

که در آن M وزن دوچرخه‌سوار و دوچرخه (N)،  $C_{sr}$  ضریب ایستای مقاومت غلتشی چرخ،  $C_{dr}$  ضریب پویایی مقاومت غلتشی چرخ (S/m)،  $C_p$  ضریب نیروی پسا آیرودینامیکی برای دوچرخه،  $\rho$  چگالی هوا در دمای معین و ارتفاع مشخص ( $kg/m^3$ ) و A سطح جلو ( $m^2$ ) است.

متغیرهای معادله (۱)، یعنی وزن و ضریب نیروی پسا آیرودینامیکی، قابل بهینه سازی اند. انرژی دوچرخه سواری برای فائق آمدن به نیروی پسا و مقاومت غلتشی، سرعت دوچرخه سوار را معین می‌کند. اگر لاستیکهای مناسب و با کیفیت خوب برای دوچرخه انتخاب شود، مقاومت غلتشی چرخ پارامتر بسیار مهمی نیست. وزن دوچرخه در صنعت دوچرخه سازی بسیار با اهمیت و پارامتری شناخته شده است. این پارامتر در سر بالاییها نقش خود را نشان می‌دهد. وزن دوچرخه ۱۰ تا ۱۲ درصد کل وزن سواری است (وزن دوچرخه سوار ۸۸ تا ۹۰ درصد کل وزن سواری است) [۳،۲]. وزن تابع خطی انرژی صرف شده است و نیروی پسا تابع مجذور است. در نتیجه، آیرودینامیک بودن بدنه و وزن پایین آن از عوامل بسیار مهم در کاهش انرژی مصرفی دوچرخه سواری است.

وابستگی معادله (۱) به نیروی پسا به مجذور سرعت برمی‌گردد. این موضوع بسیار اهمیت دارد، چون هر چه دوچرخه سوار سریعتر براند، انرژی بیشتری برای نگه داشتن آن سرعت مورد نیاز است. آیرودینامیک بودن دوچرخه به سطح جلو بستگی دارد. سطح جلو ۸۰ تا ۹۰ درصد توسط دوچرخه سوار بوجود می‌آید و کاهش آن به وسیله وضعیت دوچرخه سوار تامین می‌شود، مانند پشت کشیده و صاف، سر پایین و بازوهای جمع شده. این عوامل را می‌توان ثابت در نظر گرفت و در نتیجه طراح تنها با اصلاح سیستم

کنونی استفاده از مواد پیشرفته سبک به عنوان یک راه حل نهایی و چالش فناوری باید مورد توجه قرار گیرد. مواد کامپوزیت پیشرفته دسته ای از مواد جدید با خواص بسیار خوب و سبک اند و می‌توانند در بسیاری از کاربردها جایگزین مناسبی برای مواد سنتی و متداول باشند. با این توصیف، استفاده از این مواد در جهان رو به افزایش است و در اکثر کاربردهای مهندسی از مواردی پیچیده مانند بال هواپیما تا ساده تر مانند بدنه قایقها، این مواد مصرف می‌شوند. هم‌اکنون استفاده از مواد کامپوزیت پیشرفته در ساخت وسایل ورزشی نیز مانند ساخت دوچرخه، قایق ورزشی و راکت تنیس رواج یافته است.

#### اساس نظری

##### پارامترهای موثر در طراحی دوچرخه

صنعت دوچرخه‌سازی بیش از یک دهه است که خود را با مواد کامپوزیت پیشرفته وفق داده و این مواد تحول بسیاری در ساخت بدنه‌های دوچرخه ایجاد کرده است. استفاده از این مواد در صنعت دوچرخه سازی باعث تغییراتی در جنس مواد، شکل هندسی و روشهای ساخت بدنه شده و همین امر به کاهش وزن، سفتی بالا و آیرودینامیک بودن دوچرخه کمک فراوانی کرده است. هم‌اکنون صنایع پیشرفته دوچرخه سازی، پژوهشهای خود را روی ساخت دوچرخه های با بازدهی بالا یعنی دوچرخه های مهندسی ساز بهتر قرار داده اند، بدنه هایی که سریعتر می‌روند و عمر کارکرد طولانی دارند. معمولاً، این بدنه ها به شکلهایی به غیر از لوله ای به صورت یکپارچه ساخته می‌شوند. چون اتصال در بدنه های یکپارچه وجود ندارد، ماده اضافی برای اتصال لازم نیست و در نتیجه سازه عاری از وزن اضافی است. هر گرم ماده روی بازدهی نهایی سازه اثر مستقیم می‌گذارد. شکل بدنه و مقاطع آن نیز به وسیله ضرورت‌های مکانیکی بدنه معین می‌شود و محدودیت مواد و فرایند ساخت اثر چندانی در طراحی آنها ندارد. استفاده از تیتانیوم در بدنه دوچرخه ها باعث انعطاف پذیری زیاد آنها می‌شود، در نتیجه قطر لوله های بدنه تیتانیومی برای فراهم کردن سفتی لازم باید افزایش یابد. بدنه دوچرخه ها باید طوری طراحی شود که قسمتی از تلاش فیزیکی دوچرخه سوار صرف انعطاف جانبی بدنه نشود. با پدال زدن دوچرخه سوار می‌خواهد که چرخها بچرخند و دوچرخه به جلو برود و به صورت جانبی بدنه خم نشود. صنایع دوچرخه سازی برای کاهش وزن دوچرخه از قطعات سبک و برای کاهش نیروی پسا آیرودینامیکی (aerodynamic drag force) از چرخها و دسته های آیرودینامیکی استفاده می‌کنند. البته و در نهایت، سفتی بدنه دوچرخه پارامتر بسیار مهمی است [۱].

$$S = N \frac{1}{2} K y^2 \quad (۸)$$

که در آن  $N$  تعداد دور در یک فاصله خطی معین،  $K$  ثابت سفتی بدنه و چرخها و  $y$  جابه جایی یا خیز است.

کاهش وزن دوچرخه باعث راحتی در بالا رفتن از سر بالایی می شود، بطوری که صرف انرژی زیاد توسط دوچرخه سوار ضرورت پیدا نمی کند. انرژی بالا رفتن از تپه یا کوه بستگی به مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل و هدر رفتن انرژی مکانیکی دارد. اتلاف انرژی مکانیکی باعث هدر رفتن اساسی در انرژی کل سیستم می شود. انرژی مکانیکی به بازدهی قطعات چرخشی و سازه ای بستگی دارد. قسمتهای سازه ای از بدنه و چرخها ساخته شده اند و قسمتهای چرخشی شامل عوامل محرکه زنجیر است. اگر قسمتهای سازه ای بیش از حد انعطاف پذیر باشند، دوچرخه سوار انرژی خود را صرف خم کردن این قسمتها می کند. اگر دوچرخه سوار بخواهد قسمتهای بسیار سنگین چرخشی را بچرخاند، باید انرژی بیشتر از آنچه لازم است صرف کند. برای قسمتهای سازه ای، سفت بودن و سبک بودن دو پارامتر متضاد هم اند. داشتن سازه ای که هم سفت باشد و هم سبک مشکل است و باید در طراحی دوچرخه ترکیبی از توازن این دو خاصیت را ایجاد کرد. کاهش وزن یا جرم باعث حفظ انرژی چرخشی می شود. چون گشتاور اینرسی چرخشی تابعی از مجذور شعاع است، اگر طوقه ها یا لاستیکها سنگین باشند، انرژی بیشتری برای شتاب دادن به چرخها برای رسیدن به سرعت مطلوب لازم است.

انرژی خمشی، سفتی قسمتهای سازه ای و قابلیت آنها را برای انتقال انرژی جهت به حرکت در آوردن دوچرخه به جلو نشان می دهد. بدنه و چرخها از مهمترین عوامل اند. بر اساس معادله (۸) اتلاف انرژی تابع مجذور فاصله جابه جایی یا خیز است. چون جابه جایی عمود به جهت حرکت است، در نتیجه این انرژی هدر می رود. این اتلاف انرژی هر بار که پدال می چرخد اتفاق می افتد و مقدار کمی دارد، ولی در مسافتهای طولانی مقدار قابل توجهی می شود.

استفاده از مواد کامپوزیت در کنار مزایای فراوان معایبی نیز دارد که در وهله اول می توان به تحلیل و طراحی بسیار مشکل آنها در سازه های پیچیده یا بارگذارهای نامعین مانند بدنه دوچرخه در حال حرکت اشاره کرد. در نتیجه تحلیل کامل تنش و خرابی در دوچرخه های کامپوزیتی از اهمیت ویژه ای برخوردار است. این امر کمک می کند که مناطق یا تنش بالای بدنه شناسایی شده و سپس تقویت شوند تا در شرایط معمولی سواری، خراب نگردند.

دوچرخه مواجه است. تغییر کوچکی در کاهش نیروی پسا باعث بهبود قابل توجهی در سیستم دوچرخه در سرعتهای بالا می شود.

ساده ترین راه برای بهتر شدن سیستم دوچرخه استفاده از چرخهای با نیروی پسای کم، خصوصا در چرخ جلو است. در نتیجه، پژوهشهای اخیر باعث ایجاد چرخهای با پره های نیغه ای شکل، صفحه ای، طوقه ای، چرخهای با پره های سیمی پیش تنیده و چرخهای سه یا چهار پره کامپوزیتی شده است [۲].

سرمایه گذارهای زیادی در زمینه بدنه های متفاوت با انجام آزمایشهای تجربی در تونل باد صورت پذیرفته است، چون آخرین و مهمترین قسمت برای تحلیل آیرودینامیکی و بهینه سازی دوچرخه، بدنه است. نتیجه بدست آمده از این پژوهشها نشان می دهد که بدنه های خاص آیرودینامیکی یقینا از بدنه های متداول استاندارد بهترند. نیروی پسا در این بدنه ها با سوار یا بدون آن بمراتب کمتر از بدنه های لوله ای است [۱].

معادله انرژی برای یک دوچرخه به صورت زیر ارائه می شود [۴،۲]:

$$E = KE - PE + ME \quad (۳)$$

که در آن  $ME$  انرژی مکانیکی،  $PE$  انرژی پتانسیل،  $KE$  انرژی جنبشی و  $E$  انرژی کل است و مقادیر آنها به ترتیب از معادله های زیر بدست می آید:

$$KE = \frac{1}{2} m v^2 \quad (۴)$$

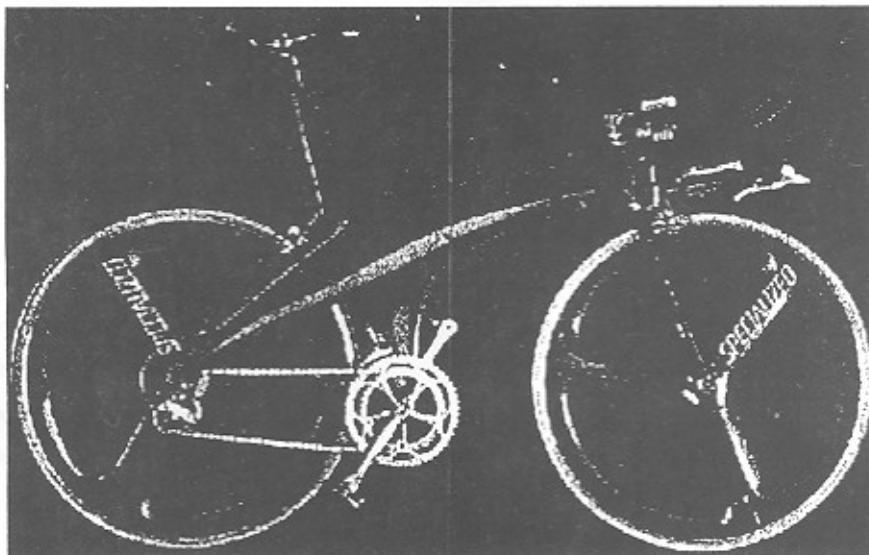
$$PE = mgh \quad (۵)$$

که در معادله (۴)  $m$  جرم دوچرخه و سوار است، در معادله (۵)  $g$  ثابت گرانشی،  $h$  ارتفاع بدست آمده در بالا رفتن است.  $ME$  انرژی مکانیکی برابر مجموع انرژی غلتشی ( $R$ ) و انرژی خمشی ( $S$ ) است که انرژی غلتشی مورد نیاز برای چرخاندن تمامی قسمتهای چرخشی است و انرژی خمشی انرژی هدر رفته بواسطه خمش جانبی در بدنه و چرخهاست.  $R$ ،  $ME$  و  $S$  به ترتیب از معادله های زیر معین می شود:

$$ME = R + S \quad (۶)$$

$$R = \sum \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (۷)$$

که در آن  $I$  گشتاور اینرسی چرخشی و  $\omega$  سرعت زاویه ای است.



شکل ۱- دوچرخه با بدنه یکپارچه کامپوزیتی.

برای طراحی مواد کامپوزیت باید از مدلسازی کامپیوتری استفاده کرد و استفاده از روش اجزای محدود برای مدلسازی کامپیوتری راه حل مناسبی برای تحلیل سازه های پیچیده کامپوزیتی است. مواد کامپوزیت غیر همسانگردند و معمولاً بدنه های کامپوزیتی از ۸ تا ۲۰ لایه الیاف کربن و اپوکسی تشکیل می شوند. هر یک از لایه ها راستای خاصی دارد و بر سفتی و استحکام بدنه تاثیر زیاد می گذارند. با توجه به تغییرات راستای ۱۸۰ درجه الیاف برای هر لایه، تحلیل بسیار پیچیده می شود و برای بررسی خواص مواد منتج و تحلیل کامپوزیت لازم است [۵]. با استفاده از نتایج تنشها و جابه جاییهای بدست آمده از تحلیل، طراحی بهینه کامپوزیت قابل دستیابی است. از این اطلاعات برای طراحی بدنه دوچرخه موثرتر، که سبک و سفت است، استفاده می شود. مطالعات محدودی با این روش برای تحلیل و طراحی بدنه های فلزی و کامپوزیتی دوچرخه با توجه به بارگذاری ایستا انجام شده است [۱۰-۳۰].

مقایسه طراحی بدنه های دوچرخه همواره مشکلاتی را در بردارد، زیرا هر محقق و سازنده از حالتی مختلف بارگذاری و روشهای متفاوت آزمایش برای تعیین خصوصیات آنها استفاده می کند و تاکنون مطالعات کامل و جامعی روی تحلیل تنش و خرابی دوچرخه های با بازدهی زیاد به صورت مناسب و کلاسیک گزارش و ارائه نشده است [۴]. البته، استانداردهای محدودی برای تعیین کارایی بدنه دوچرخه وجود دارد، لیکن استانداردها فقط برای اطمینان از ایمنی و بدون نقص بودن ساخت بدنه مفیدند و در طراحی بدنه کاربرد زیادی ندارند.

یک بدنه مناسب دوچرخه برای سواری باید بطور موثر انرژی انسانی را که به پدال و دسته دوچرخه وارد می شود به نیروی محرکه دوچرخه تبدیل کند، البته با حداقل افت آن در بدنه دوچرخه یعنی بدنه دوچرخه باید سفتی لازم را دارا باشد. از سویی، معیار مهم کارایی در بدنه دوچرخه نرمی صفحه ای در بدنه دوچرخه است، برای اینکه ناهمواریهای جاده و نیروهایی که از طرف سطح زمین وارد می شوند را از بین ببرد و سواری راحتی را ارائه دهد. در طراحی بدنه دوچرخه باید ترکیب این شرایط یعنی سفتی با وزن کم و در عین حال عمر خستگی خوب، میرایی ارتعاشی و راحت بودن منظور شود و تنها راه ایده ال می تواند استفاده از مواد کامپوزیت در بدنه دوچرخه باشد. در این پژوهش سعی شده است تا برای تعیین نوع بارگذاری و شرایط مرزی با استفاده از گزارشها و مقالات ارائه شده [۱۰-۸] حالتی بررسی شود که شرایط واقعی و نزدیک به دوچرخه سواری را داشته باشد. بنابراین، در این مقاله به بررسی و تحلیل تنشهای ایستا، پویا و فرکانسهای طبیعی و خرابی در بدنه دوچرخه های فلزی و کامپوزیتی پرداخته می شود، که بخشی از طرح تحلیل بدنه دوچرخه هاست.

#### تحلیل اجزای محدود و شکل بدنه ها

تحلیل انجام شده روی بدنه ها با استفاده از نرم افزار NISA II صورت گرفته است. این نرم افزار قادر است که سازه های پوسته ای (shell)، سازه های صلب (solid) و مواد مرکب (composite) را تحلیل کند. اولین قدم برای تحلیل سازه با استفاده از اجزای محدود انتخاب نوع بدنه و ابعاد آن است. در اینجا دو نوع بدنه انتخاب شده

جدول ۱- شرایط مرزی در بارگذاری چهارم ایستا (U و R در جدول به ترتیب معرف جابه جایی و چرخش اند).

موقعیت	$U_x$	$U_y$	$U_z$	$R_x$	$R_y$	$R_z$
دو شاخه جلو	*	*	*	*	*	*
انگشتیهای عقبی چپ	*	*	*	*	*	*
انگشتیهای عقبی راست	*	*	*	*	*	*

\*کمیت موردنظر ثابت فرض شده است.

پیشرفته مستحکم و ترد در داخل ماتریس پلیمری رفتار سازه کامپوزیت همانند یک ماده ترد است و در صورت شکستن الیاف در کامپوزیت ماده کامپوزیت هم می شکند [۱۱]. رفتار هر دو ماده فلزی و کامپوزیتی در محدوده تعریف شده، یعنی برای بدنه فلزی تا نقطه تسلیم و برای بدنه کامپوزیتی تا نقطه نهایی شکست، ارتجاعی خطی در نظر گرفته شده است، که این تقریب برای مواد ذکر شده به صورت تجربی درست است. جنس بدنه فلزی از نوع فولادی و با مشخصات زیر است:

$$\sigma_t = \sigma_c = 280 \text{ MPa} \quad (9)$$

$$\tau = 145 \text{ MPa} \quad (10)$$

$$E = 200 \text{ GPa} \quad (11)$$

$$\nu = 0.3 \quad (12)$$

$$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3 \quad (13)$$

که در معادلات بالا  $\sigma_t$  و  $\sigma_c$  به ترتیب استحکام نهایی کششی و فشاری،  $\tau$  استحکام برشی، E مدول کشسانی،  $\nu$  نسبت پواسون و  $\rho$

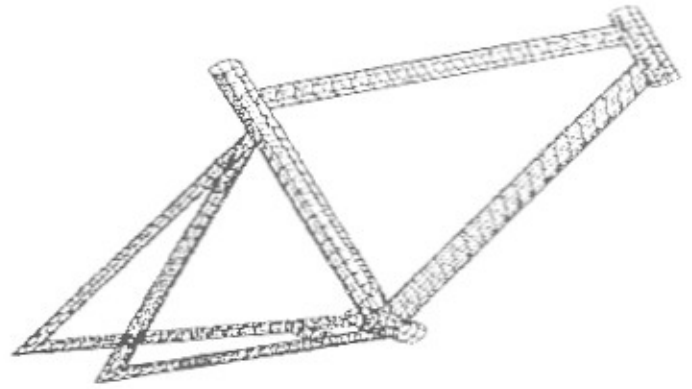
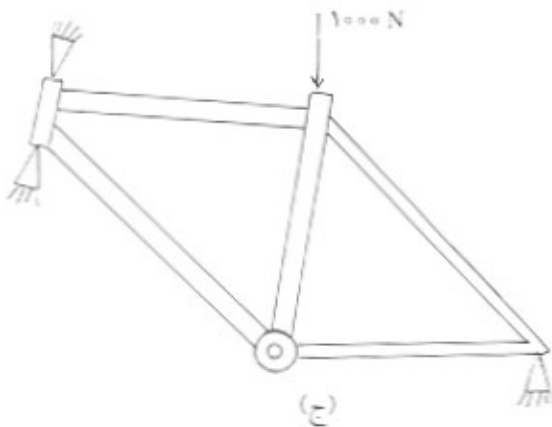
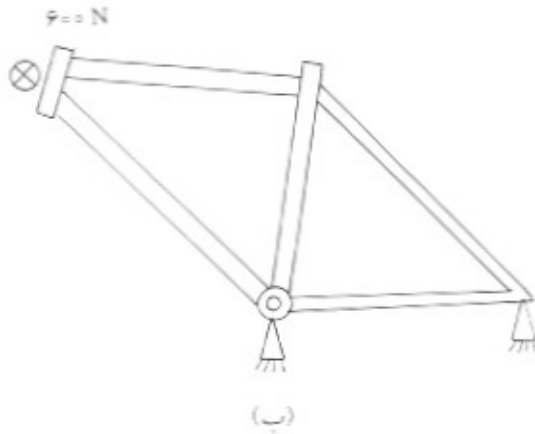
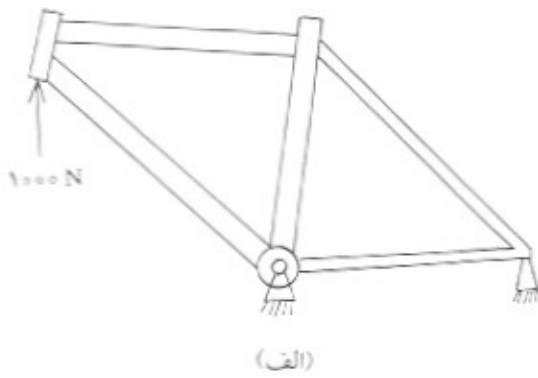
است، اولین بدنه مربوط به بدنه فلزی از نوع منداول دیاموند (Diamond) و دومین بدنه با مواد کامپوزیت معروف به SBF (single bridge frame) است که این مدل را بدنه پیوسته یا یکپارچه (monocoque) نیز می نامند و طرح آن در شکل ۱ نشان داده شده است. این بدنه با توجه به سادگی ساخت و نداشتن پیچیدگی انتخاب شده و از نظر بازدهی نیز مناسبتر است [۱۰]. البته، در این مقاله تغییراتی در بدنه اصلی ارائه شده است که به آن اشاره خواهد شد. این بدنه شامل یک هسته مرکزی است که لایه های کامپوزیت الیافی روی این هسته قرار می گیرند.

برای مدلسازی این بدنه، از اجزای صلب مکعبی برای هسته مرکزی و از اجزای پوسته ای به شکل مثلثی و مربعی برای الیاف و ماتریس استفاده شده است. در بدنه فلزی فقط اجزای پوسته ای مثلثی و مربعی برای مدلسازی بکار گرفته شده است. تعداد اجزای مورد استفاده برای بدنه کامپوزیتی ۲۹۳۰ و برای بدنه فلزی ۱۵۲۱ است.

با توجه به اینکه در این پژوهش از مدل های بدنه های صنعتی موجود دوچرخه استفاده شده است و از نظر کاربردی این سازه ها باید سفتی، استحکام و همچنین پایداری لازم را در کلیه شرایط سواری دارا باشند، آنها در محدوده ارتجاعی و برای مقادیر بسیار کوچک کرنش و تغییر شکلها ارزیابی شده اند. در نتیجه، معیار طراحی برای بدنه فولادی استحکام تسلیم و برای بدنه کامپوزیتی استحکام نهایی شکست در نظر گرفته می شوند. با فرار دادن الیاف

جدول ۲- مقادیر تنش در بارگذاریهای دوم ایستا و اول پویا برای بدنه فلزی.

تنش	کششی ماکسیمم (MPa)	فشاری ماکسیمم (MPa)	برشی ماکسیمم (MPa)
دوم ایستا	۲۰۵/۱	۰/۳۲۷	۱۰۶/۵
اول پویا	۳۵/۷	۰/۲۵	۱۸/۵



شکل ۲- مدل سازی کامپیوتری بدنه فلزی به روش اجزای محدود.

چگالی است. جنس بدنه کامپوزیتی شامل هسته مرکزی PVC با چگالی کم و الیاف کربن یا ماتریس اپوکسی با مشخصات و خواص زیر است [۱۲]:

$$\sigma_{11} = 1/8 \text{ GPa}, \sigma_{22} = 0/08 \text{ GPa} \quad (14)$$

$$\sigma_{1c} = 1/57 \text{ GPa}, \sigma_{2c} = 0/17 \text{ GPa} \quad (15)$$

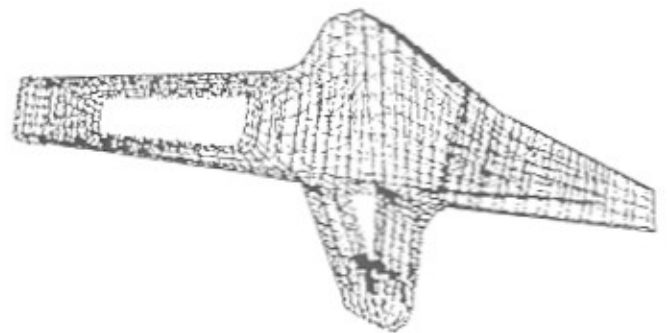
$$\tau_{12} = 0/1 \text{ GPa} \quad (16)$$

$$\nu_{12} = 0/34 \quad (17)$$

$$\rho = 1300 \text{ kg/m}^3 \quad (18)$$

$$E_1 = 125 \text{ GPa}, E_2 = 9 \text{ GPa} \quad (19)$$

$$G_{12} = 4/4 \text{ GPa} \quad (20)$$



شکل ۳- مدل سازی کامپیوتری بدنه کامپوزیتی به روش اجزای محدود.

شکل ۴- شرایط مرزی و بارگذارهای مختلف ایستا برای: (الف) حالت اول، (ب) حالت دوم و (ج) حالت سوم.

که در این معادلات  $\sigma_{11}$  و  $\sigma_{22}$  به ترتیب استحکام نهایی کششی در جهت طولی و عرضی الیاف،  $\sigma_{1c}$  و  $\sigma_{2c}$  به ترتیب استحکام نهایی فشاری در جهت طولی و عرضی الیاف،  $\tau_{12}$  استحکام برشی ماده کامپوزیت در صفحه ۱-۲،  $\nu$  نسبت پواسون در صفحه ۱-۲،  $E_1$  و  $E_2$  برابر مدول کشسانی در جهت طولی و عرضی الیاف و  $G_{12}$  مدول برشی در صفحه ۱-۲.

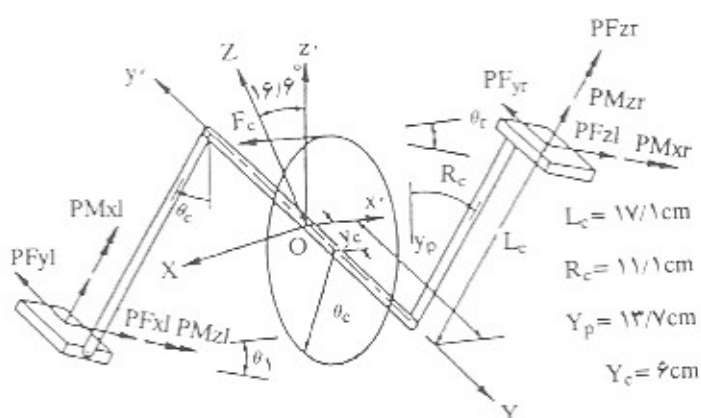
صفحه ای	صفحه ای	خارج از صفحه	جابه جاییها
			بارگذاری
حداکثر جابه جایی در جهت X (mm)	حداکثر جابه جایی در جهت Y (mm)	حداکثر جابه جایی در جهت Z (mm)	اول
۰/۲۳۸	۰/۲۳۵	۰/۰۴۳	دوم
۰/۲۶۵	۰/۲۰۲	۱۷/۱۳	سوم
۰/۱۳۳	۰/۱۳۰	۰/۰۳۵	چهارم
۰/۰۹۵	۰/۱۳۳	۰/۱۶۶	

بارگذاری و شرایط مرزی

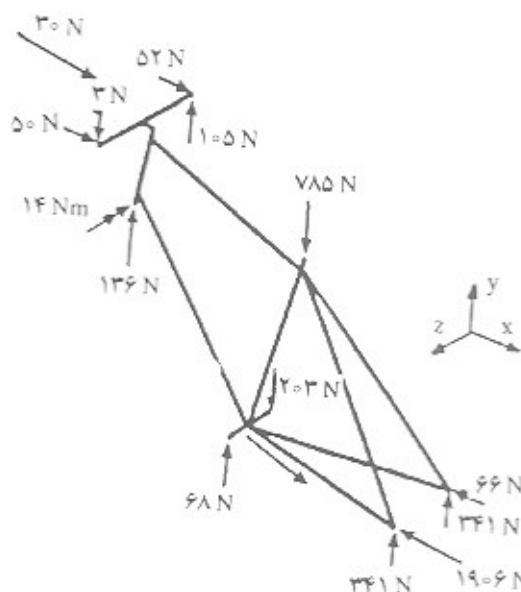
پس از ایجاد مدل و تعریف خواص مکانیکی مواد، برای تحلیل تنش لازم است که شرایط مرزی و بارگذاری مشخص شده و روی مدل اعمال شود تا نتایج منطقی بدست آید. حالات و شرایط مختلفی برای بارگذاری ایستا و پویا در نظر گرفته شده است. بعضی از حالت‌های بارگذاری ایستا و آزمایش‌های عملی ایستایی در مراجع مختلف [۳، ۱۰] بررسی شده‌اند و روش تحلیل و نتایج بدست آمده در این پژوهش با آنها مقایسه شده است که صحت این کار پژوهشی را تایید می‌کند. با مقایسه نتایج، اختلافی حدود حداکثر ۸ درصد مشاهده شده است و این اختلاف به دلیل نوع مدل‌سازی در روش اجزای محدود، اندازه اجزا و استفاده از نرم افزار خاص است [۱۳]. در این پژوهش از چهار حالت بارگذاری ایستاده حالت بارگذاری پویا و یک حالت بدون بارگذاری برای تعیین فرکانس طبیعی استفاده شده است. در حالت اول بارگذاری ایستیک نیروی صفحه‌ای هزار نیوتنی به لوله اصلی وارد می‌شود. شرایط مرزی در این حالت به گونه‌ای است که انگشت‌های عقبی و لوله قرار رکاب کاملاً مقیدند (شکل ۴ الف).

الیاف کربن تک جهتی بوده و راستای صفر الیاف در بدنه کامپوزیتی به صورتی است که الیاف از لوله اصلی (head tube) به انگشت‌های عقبی (rear dropout) بدنه امتداد دارد. بدنه چند لایه ای کامپوزیتی از شش لایه تشکیل شده است که به صورت (۰/۹۰/۰) لایه چینی شده‌اند. این لایه چینی با استفاده از معیار خرابی حداکثر تنش که باعث طراحی متعادلی می‌شود، بدست آمده است. در شکل‌های ۲ و ۳ دو بدنه مدل‌سازی شده فلزی و کامپوزیتی به روش اجزای محدود به ترتیب نشان داده شده‌اند.

در پژوهش‌های گذشته [۱۰، ۹] بدنه کامپوزیتی همانند شکل ۱ در محلی بین لوله اصلی، رین و تکیه گاه انتهایی پیوسته بوده، ولی در این کار پژوهشی برای صرفه جویی در وزن و انعطاف پذیری دو چرخه قسمتی از بدنه در این مناطق برداشته شده است.



شکل ۶- توصیف نیروی انتقال به پدال و زنجیر [۳].



شکل ۵- بارگذاری در حالت چهارم ایستا.

جدول ۴ - مقادیر تنش در بارگذاریهای سوم ایستا و اول پویا برای بدنه کامپوزیتی.

برشی XY (MPa)	کششی Y (MPa)	فشاری Y (MPa)	کششی X (MPa)	فشاری X (MPa)	تنش	
					بارگذاری	
۴۶/۶	۴۱/۵	۵۴/۱	۶۹۸/۹	۵۸۲/۶	سوم ایستا	
					لایه اول	لایه ششم
۵۴/۴	۵۴/۱	۴۷/۳	۵۲۸/۳	۹۸۵/۹	اول پویا	
					لایه اول	لایه ششم
۲۳/۸	۲۱/۳	۳۰/۸	۶۲۵/۱	۴۶۴/۸		
۴۳/۸	۲۸/۱	۳۴/۶	۵۰۷/۵	۸۴۷/۲		

بارگذاری از مطالعات نظری بار اعمالی به بدنه دوچرخه به وسیله دوچرخه سوار و جاده و اثر متقابل آنها روی دوچرخه با اندازه میانی و در یک شرایط آبرودینامیکی معین و روی سطح صاف با سرعت ۵۰ km/h بدست آمده است [۱۰]، شرایط مرزی در این حالت در جدول ۱ آورده شده است.

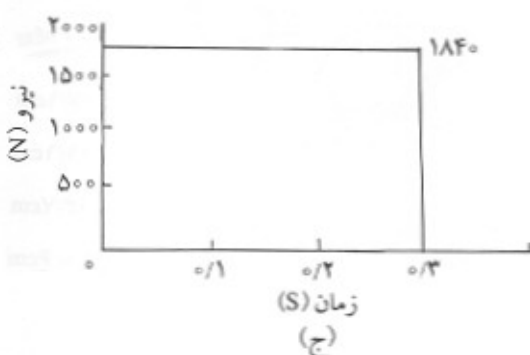
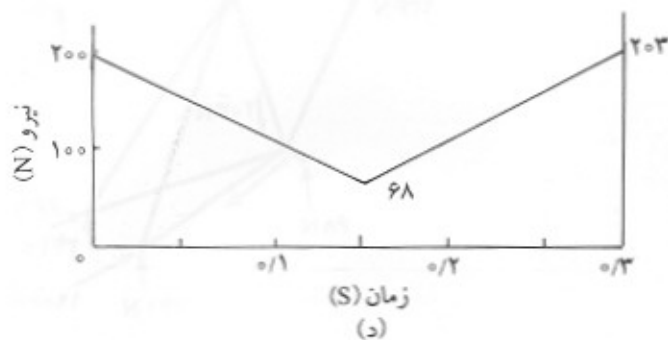
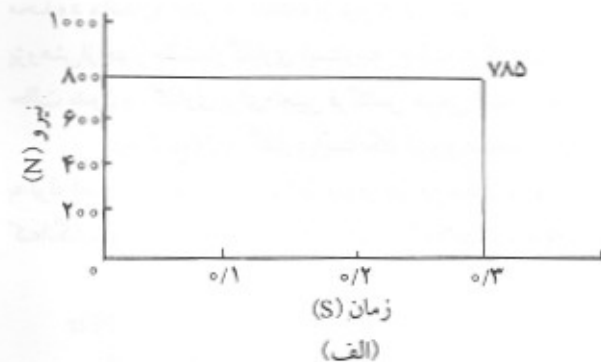
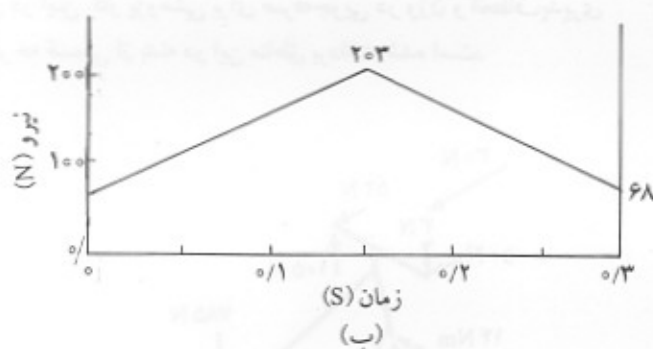
برای بدست آوردن فرکانس طبیعی بدنه ها هیچ گونه باری به بدنه اعمال نمی شود و شرایط مرزی در این حالت همانند حالت چهارم ایستا است.

تحلیل پویای بدنه دوچرخه که برای اولین بار انجام گرفته و تاکنون در مراجعی مشاهده نشده، به کمک سه حالت

در بارگذاری نوع دوم ایستا یک نیروی خارج از صفحه (عمود بر صفحه بدنه) به مقدار ۶۰۰ نیوتن بر لوله اصلی وارد می شود. شرایط مرزی در این حالت مانند حالت اول ایستاست (شکل ۴ ب).

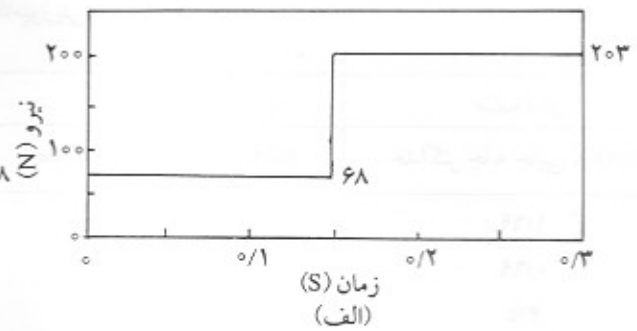
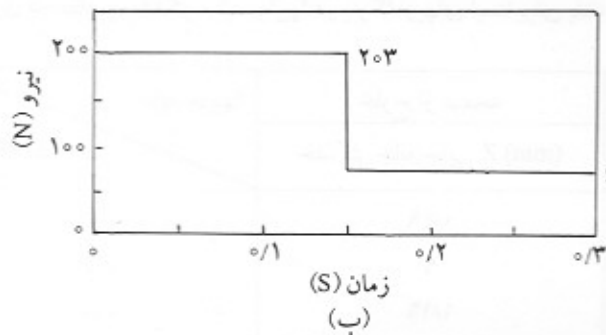
دربارگذاری نوع سوم ایستا یک نیروی صفحه‌ای ۱۰۰۰ نیوتنی به لوله زین وارد می شود. شرایط مرزی در این حالت به گونه ای است که لوله اصلی و انگشتیهای عقب کاملاً مقیدند (شکل ۴ ج).

در حالت چهارم بارگذاری ایستا سعی شده است که بارگذاری واقعی روی بدنه دوچرخه اعمال شود (شکل ۵). این حالت



شکل ۷- بارگذاری پویا در حالت خطی: (الف) نیروی زین، (ب) نیروی پدال چپ، (ج) نیروی زنجیر و (د) نیروی پدال راست.





شکل ۸- بارگذاری پویا در حالت پله ای: (الف) نیروی پدال چپ و (ب) نیروی پدال راست.

زنجیر مانند حالت اول پویاست و نیروهای پدال به صورت سینوسی از  $0$  تا  $203$  N تغییر می کنند (شکل ۹). در تمام حالات بارگذاری پویا، شرایط مرزی مانند حالت چهارم ایستا در نظر گرفته شده است.

با توجه به شرایط سواری و نیاز به سفتی بالا و استحکام مناسب برای بدنه دوچرخه که از پارامترهای مهم طراحی اند و لازمه کوچک بودن مقادیر کرنشها و جابه جاییها، تحلیل ایستا و پویای حاضر در محدوده ارتجاعی خطی ارزیابی شده است. در همه بارگذاریها بر روی دو بدنه فلزی و کامپوزیتی از معیار حداکثر تنش برای بررسی خرابی هر دو بدنه و هر لایه از بدنه کامپوزیتی استفاده شده است [۱۱].

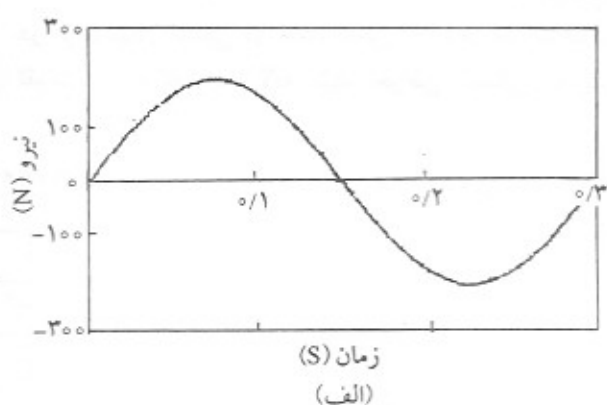
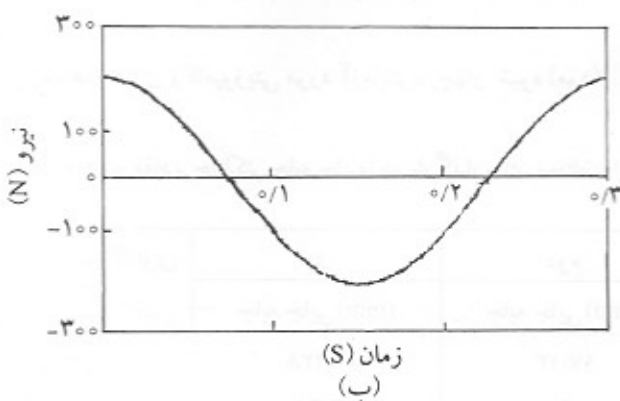
#### نتایج بدست آمده از تحلیل

تحلیل تنش با استفاده از شرایط مرزی و بارگذاریهای ارائه شده در بخش قبل روی دو بدنه فلزی و کامپوزیتی انجام شده است. حداکثر مقادیر تنش در بدنه فلزی در بارگذاریهای نوع دوم ایستا و نوع اول پویا ایجاد می شود (جدول ۲). در بارگذاری ایستا، این مقدار حداکثر در محل انتهای لوله پایینی و نزدیک به لوله قرار رکاب اتفاق

بارگذاری بررسی شده است. بارگذاریهای پویا در اینجا به صورت پویای گذرا در نظر گرفته شده اند. این بارگذاریها شامل نیروی زین، نیروی پدال راست و چپ و نیروی ناشی از زنجیر است که از نوع بارگذاری در شکل ۶ نتیجه گرفته شده است [۳]. البته، مقادیر بارگذاری با توجه به شرایط خاص و دوچرخه سوار تغییر یافته و در مرجع ۳ از این بارگذاری در شرایط ایستا استفاده شده است. این بارها به صورت پویا و در زمان کوتاهی به بدنه وارد می شوند.

در حالت اول نیروی زین به مقدار حداکثر  $785$  N و نیروی ناشی از زنجیر به مقدار حداکثر  $1840$  N بطور یکنواخت و ثابت نسبت به زمان به بدنه اعمال می شود، و نیروی پدال چپ و راست به صورت خطی از  $68$  به  $203$  N با زمان و بطور معکوس افزایش یا کاهش می یابد. این حالت در شکل ۷ نمایش داده شده است.

در حالت دوم، نیروی وارد به زین و نیروی ناشی از زنجیر مانند حالت اول پویاست و نیروهای پدال به صورت پله ای از  $68$  N تا  $203$  N اعمال شده است که نحوه اعمال نیروها به بدنه در شکل ۸ آورده شده است. در حالت سوم نیروی وارد به زین و نیروی ناشی از



شکل ۹- بارگذاری پویا در حالت سینوسی: (الف) نیروی پدال راست و (ب) نیروی پدال چپ.

جدول ۵- مقادیر حداکثر جابه جاییها در بارگذاریهای ایستا برای بدنه کامپوزیتی.

صفحه ای	صفحه ای	خارج از صفحه	جابه جاییها
			بارگذاری
حداکثر جابه جایی X (mm)	حداکثر جابه جایی Y (mm)	حداکثر جابه جایی Z (mm)	
۱/۶۹	۶/۶۸	۰/۴۹	اول
۰/۶۹	۰/۴۱	۹	دوم
۳/۵	۶/۱	۱/۱۶	سوم
۲/۸	۵	۱/۳	چهارم

اول فرکانسهای طبیعی ارزیابی شده اند (جدول ۸). مقادیر فرکانسهای طبیعی بدنه کامپوزیتی برای چگالیهای مختلف هسته مرکزی نیز بدست آمده است (جدول ۹).

### نتایج و بحث

نتایج حاصل از تحلیل تنش و بیشترین مقدار شاخص خرابی (۰/۷۳۴۴) روی بدنه فلزی نشان می دهد که در بارگذاری دوم ایستا حداکثر تنشها به صورت تنشهای برشی است و در صورت بروز خرابی، بدنه تحت نیروهای برشی خراب خواهد شد. مقادیر مربوط به تنش برشی بدنه فلزی برای بارگذاری نوع دوم ایستا در شکل ۱۰ نشان داده شده است. برای جلوگیری از بروز احتمالی خرابی در بدنه فولادی در ناحیه های یاد شده باید از مواد با استحکام برشی بیشتر استفاده کرد.

بیشترین مقدار شاخص خرابی در بدنه کامپوزیتی (۰/۶۷۷) مربوط به بارگذاری سوم ایستاست که ناشی از تنش کششی در جهت  $\lambda$  (عمود بر راستای الیاف صفر درجه و در صفحه بدنه) است و این مطلب بیان کننده آن است که شکست ابتدا در لایه ششم در اثر تنشهای کششی در امتداد محور  $\lambda$  اتفاق خواهد افتاد. برای تقویت استحکام این لایه باید خواص کششی ماتریس را

می افتد، لیکن در بارگذاری پویا مقدار حداکثر در محل اتصال انگشتیهای عقبی و لوله زین مشاهده می شود. مقادیر حداکثر جابه جاییهای بدنه در جهات مختلف (در صفحه و خارج از صفحه) در بارگذاریهای ایستا در جدول ۳ ارائه شده است. حداکثر جابه جایی در بارگذاری دوم ایستا و خارج از صفحه اتفاق می افتد. برای بدنه کامپوزیتی مقادیر حداکثر تنش در بارگذاریهای سوم ایستا و اول پویا در لایه اول و ششم اتفاق می افتد (جدول ۴). این مقدار حداکثر در بارگذاریهای ایستا و پویا در محل قرار لوله زین مشاهده می شود. جدول ۵ نیز مقادیر حداکثر جابه جاییها را در بارگذاریهای مختلف ایستا برای بدنه کامپوزیتی نشان می دهد. همانند بدنه فلزی، حداکثر جابه جایی را در بارگذاری دوم ایستا و خارج از صفحه داریم. در جدول ۶ نتایج حداکثر جابه جایی برای بدنه های فلزی و کامپوزیتی مورد آزمایش ارائه شده است. با توجه به تنشهای بدست آمده در بدنه فلزی و هرلایه از بدنه کامپوزیتی، شاخص خرابی (تنش بدست آمده تقسیم بر استحکام ماده) با استفاده از معیار خرابی حداکثر تنش (maximum stress failure criteria) برای بدنه فلزی و کامپوزیتی بدست آمده است. مقادیر حداکثر شاخص خرابی برای بارگذاری دوم ایستا در بدنه فلزی و بارگذاری سوم ایستا در بدنه کامپوزیتی در لایه های اول و ششم در جدول ۷ نشان داده شده است. در بدنه های فلزی و کامپوزیتی مورد آزمایش، چهار شیوه (مود)

جدول ۶- مقایسه مقادیر حداکثر جابه جاییها در بارگذاریهای مختلف ایستا برای بدنه های فلزی و کامپوزیتی.

وزن بدنه دوچرخه (kg)	بارگذاری			بدنه
	سوم	دوم	اول	
	جابه جایی (mm)	جابه جایی (mm)	جابه جایی (mm)	
۲/۷	۰/۱۱۳	۱۷/۱۳	۰/۲۳۸	فولادی
۱/۹	۶/۱	۹	۶/۶۸	کامپوزیتی

تنش برشی (MPa)	تنش کششی (MPa)		تنش فشاری (MPa)		شاخص خرابی
	۱	۲	۱	۲	
۱۲	۱	۲	۱	۲	بدنه
۰/۴۶۶	۰/۳۸۸	۰/۵۱	۰/۳۷۱	۰/۲۶۵	لایه اول
۰/۵۴۴	۰/۲۹۴	۰/۶۷۷	۰/۶۲۸	۰/۲۷۸	لایه ششم
۰/۷۳۴۴	۰/۷۳۱		۰/۰۰۱۳		فلزی

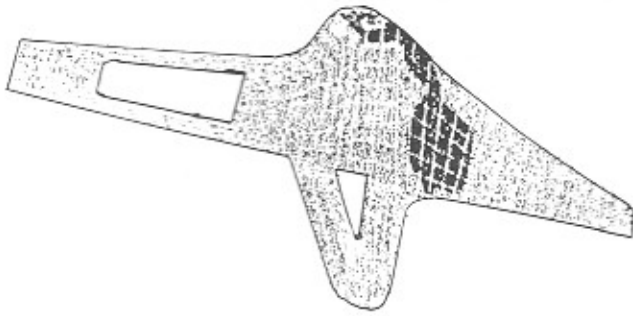
فلزی مقادیر بیشتری را نشان می دهد و این جابه جاییها بواسطه بارگذارهای صفحه ای است و در نتیجه بدنه در صفحه خود دارای انعطاف پذیری مناسبی است. این امر باعث راحتی دوچرخه سوار در خلال پدال زدن و سواری می شود و در نتیجه دوچرخه سوار احساس خستگی نمی کند. نتایج بدست آمده از جابه جاییها برای بارگذارهای پویا نیز همانند نتایج بارگذارهای ایستات.

در شکل ۱۳ حداکثر جابه جایی بدنه فلزی در شیوه سوم فرکانس طبیعی مشاهده می شود. حداکثر جابه جایی در بدنه کامپوزیتی در شیوه دوم فرکانس طبیعی نیز در شکل ۱۴ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود، شکل شیوه ها و جابه جایی بدنه فلزی در مقایسه با بدنه کامپوزیتی در فرکانسهای مختلف پیچیده تر و شدیدتر است و بدنه کامپوزیتی پایداری بیشتری را خصوصا در شیوه های بالاتر نشان می دهد. بررسی و مقایسه تنشهای حاصل از جابه جاییهای ایجاد شده در شیوه های فرکانس طبیعی هر دو بدنه این نتیجه را ارائه می کند که بدنه کامپوزیتی دارای تنشهای به مراتب کمتر از بدنه فلزی است [۱۳]. بنابراین، ایمنی و پایداری سازه ای و عمر خستگی بهتری را از این بدنه می توان انتظار داشت. البته، پایین بودن فرکانسهای طبیعی بدنه کامپوزیتی در سرعتهای بسیار کم دوچرخه و در هنگام کاهش سرعت در زمان رسیدن به مانع، باعث مشکل تشدید (resonance) خواهد شد و در این شرایط بدنه های فلزی مناسبترند، لیکن در سرعتهای زیاد یا در

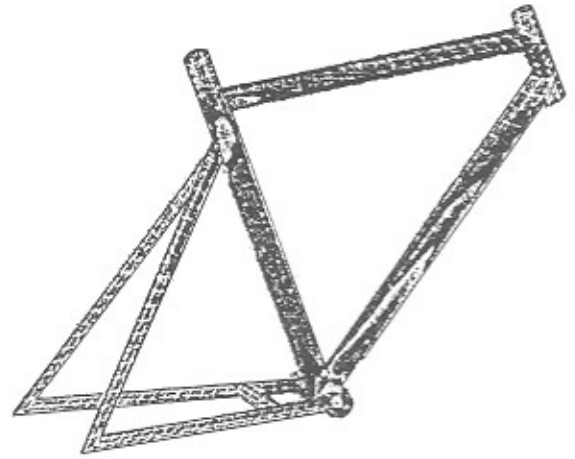
تقویت کرد یا از الیاف بافته شده در این لایه استفاده کرد. مقادیر مربوط به تنش در لایه ششم برای بدنه کامپوزیتی در بارگذاری سوم ایستا در شکل ۱۱ نشان داده شده است. البته، مقادیر شاخص خرابی در دو بدنه در محدوده ایمن قرار دارند و خرابی در هیچ یک از سازه ها بوجود نخواهد آمد. در شکل ۱۲ نیز مقادیر تنش در زمان ۰/۲ ثانیه در بارگذاری خطی پویا برای لایه ششم نشان داده شده است. همچنین، بررسی نتایج توزیع تنش در بدنه کامپوزیتی نشان می دهد که در شرایط ایستا و پویا حداکثر تمرکز تنش و احتمال بروز خرابی در ناحیه خاص یعنی محل استقرار لوله زین است، ولی در بدنه فلزی در شرایط مختلف ایستا و پویا محل خرابیها در نقاط مختلف بدنه توزیع شده است و در نتیجه باید اکثر نقاط سازه فلزی تقویت شود.

با مشاهده جدولهای ۳، ۵ و ۶ نتیجه گرفته می شود که در بارگذاری دوم ایستا حداکثر جابه جایی خارج از صفحه ای رخ می دهد. این جابه جایی عمود بر بدنه دوچرخه و بواسطه بارگذاری خارج از صفحه است. مقایسه بین بدنه های فلزی و کامپوزیتی نشان می دهد که بدنه کامپوزیتی انعطاف پذیری کمتری در جهت عمود بر بدنه نسبت به بدنه فلزی دارد و این مطلب جزء یکی از خصوصیات موثر در طراحی بدنه دوچرخه است، یعنی انرژی دوچرخه سوار و نیروی پدال زدن در بدنه ذخیره نشده و صرف خم شدن بدنه در جهت عمودی نمی شود. موضوع مهم دیگر جابه جاییهای بدنه کامپوزیتی در بارگذارهای اول و سوم ایستات که نسبت به بدنه

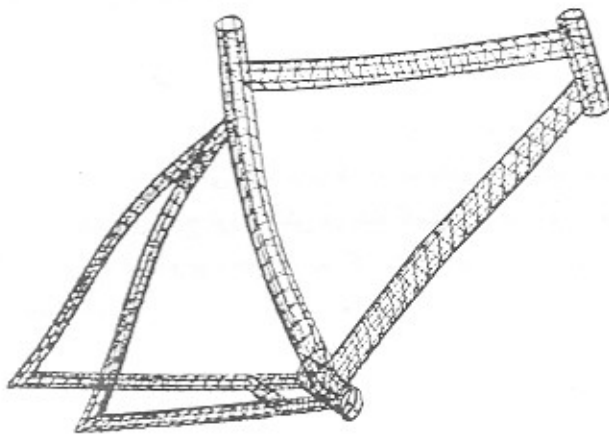
فرکانس طبیعی	شیوه اول	شیوه دوم	شیوه سوم	شیوه چهارم	بدنه
فلزی	۶/۹۸	۹/۷۱	۱۴/۴	۱۵/۵۱	فلزی
کامپوزیتی	۳/۹۹	۴/۱۵۷	۴/۳۳۲	۴/۳۳۲	کامپوزیتی



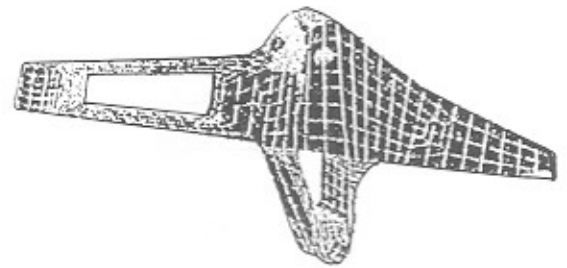
شکل ۱۲- مقادیر تنش عمودی در زمان  $0.2$  ثانیه در لایه ششم بدنه کامپوزیتی در بارگذاری خطی پویا.



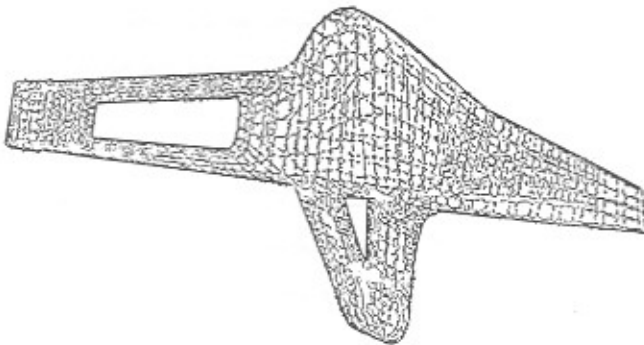
شکل ۱۰- مقادیر تنش برشی در بارگذاری دوم ایستا در بدنه فلزی.



شکل ۱۳- حداکثر تغییر شکل ایجاد شده بواسطه شیوه سوم فرکانس طبیعی در بدنه فلزی.



شکل ۱۱- مقادیر تنش عمودی در بارگذاری سوم ایستا در بدنه کامپوزیتی.



شکل ۱۴- حداکثر تغییر شکل ایجاد شده بواسطه شیوه دوم فرکانس طبیعی در بدنه کامپوزیتی.

جاده‌های کوهستانی، عامل تحریک کننده جاده در شرایط پویا معمولاً فرکانسهای بالایی را ایجاد می‌کند که باعث مشکل تشدید در بدنه‌های فلزی می‌شود.

برای بهبود و افزایش فرکانس طبیعی بدنه کامپوزیتی چگالی هسته مرکزی عامل موثری می‌تواند باشد. بررسی هسته مرکزی بدنه کامپوزیت با چگالیهای مختلف نشان می‌دهد که هر چه چگالی هسته مرکزی کمتر شود، بدنه کامپوزیتی دارای خواص پویای بهتری خواهد بود و کاهش چگالی نه تنها باعث کاهش وزن بدنه می‌شود، بلکه سبب افزایش مقادیر فرکانسهای طبیعی بدنه نیز خواهد شد.

ویژگی بدنه کامپوزیتی بیشتر بودن ضریب اطمینان/ وزن آن نسبت به بدنه فولادی است. در بدنه کامپوزیتی نسبت ضریب اطمینان به وزن برابر  $0.78$  و در بدنه فلزی برابر  $0.50$  است که نشان می‌دهد در بدنه کامپوزیتی نسبت ضریب اطمینان به وزن در حدود  $35$  درصد از بدنه فلزی بیشتر است. در ضمن، سفتی ویژه ( $E/\rho$ ) در بدنه فلزی  $0.26$  و در بدنه کامپوزیتی برابر  $0.66$  است. این مطلب نشان می‌دهد که بدنه کامپوزیتی مورد آزمایش دارای سفتی ویژه حدوداً

سه برابر بدنه فلزی است و این امر از ویژگیهای مهم سازه های کامپوزیتی بشمار می رود.

شیوه چهارم	شیوه سوم	شیوه دوم	شیوه اول	فرکانس طبیعی چگالی
۳/۵۳۷۲	۴/۴۵۵۴	۳/۳۴۲	۳/۲۶۳۲	۱۵۰
۴/۳۳۲۱	۴/۲۳۲۰	۴/۱۵۷۰	۳/۹۹۶۵	۱۰۰
۶/۱۲۶۶	۵/۹۶۴۹	۵/۶۷۹۰	۵/۶۵۲۰	۵۰

\* واحد فرکانس Hz و واحد چگالی  $\text{kg/m}^3$  است.

روی دو بدنه فلزی و کامپوزیتی تحلیل تنش انجام شده است و نتایج نشان می‌دهد که هر دو بدنه از نظر ایستایی و پویایی از استحکام لازم برخوردارند، لیکن طراحی دوچرخه بر مبنای سواری راحت از پارامترهای بسیار مهمی است که نسبت به طراحی از نظر استحکام دارای اهمیت ویژه است و مواد کامپوزیت این قابلیت را نشان می‌دهند. از ویژگی بدنه کامپوزیتی می‌توان به بیشتر بودن ضریب اطمینان به وزن آن نسبت به بدنه فولادی اشاره کرد. در ضمن، سفتی ویژه بیشتر و خواص پویایی بهتر در سواری مانند میرایی و شکل شیوه های فرکانس طبیعی از امتیازهای برتر بدنه کامپوزیتی است.

همچنین، تغییرات طراحی (حذف قسمتهایی بین لوله اصلی، زین و تکیه گاه انتهایی) در بدنه کامپوزیتی مورد بررسی نسبت به بدنه های موجود کامپوزیتی در جهت کاهش وزن و صرفه جویی اقتصادی، شرایط نامطلوب، تمرکز تنش و خرابی را در این بدنه ها بوجود نیاورده است.

#### نتیجه گیری

چند عامل مهم در طراحی بدنه‌های دوچرخه وجود دارد که این عوامل شامل هندسه بدنه، چرخها، خواص مواد، وزن و سفتی است.

#### مراجع

- Horchani T., "Development of A Test Standard for Bicycle Handlebars" M.E. Thesis, McGill University, Feb, 1997.
- "Bicycle Aerodynamics and Weight Consideration", Composite Arts & Science, CAS Custom Carbon Fibre Bicycle, <http://www.cas-bikes.com>, 2001.
- Boulourchi F. and Hull M.L., "Bicycle Frame Stress by Means of Finite Element Analysis" *Am. Soci. Mech. Eng., Des. Eng.*; 11, 61-72, 1987.
- Leung C.M., "Development of A Parametric Model for Analysis of Bicycle Frames" M.E. Thesis, McGill University, Dec, 1997.
- Peterson L.A. and Londry K.J., "Finite Element Structural Analysis: A New Tool For Bicycle Frame Design" *Bicycling Magazine News Letters*; 5, 2, 1986.
- Davis R.R. and Hull M.L., "Design of Aluminium Bicycle Frame" *J.Mech. Des.*; 103, 4, 901-7, 1981.
- Castejon L., "Composite Monocoque Frame for a Mountain Bicycle" *Appl. Compos. Mater., Testing and Calculations*, 1, 244-58, 1994.
- Hull M.L. and Bolourchi F., "Contribution of Rider Induced Loads to Bicycle Frame Stress" *Am. Soci. Mech. Eng., Des. Eng.*; 1, 25-8, 1986.
- Lizotte P.L., Lessard L.B. and Nemes J.A., "Stress and Failure Analysis of Composite Bicycle Frames" Proceeding of ICCM-10, Montreal, August, 701-8, 1995.
- Lessard L.B., Nemes J.A. and Lizotte P.L., "Utilization of FEA in the Design of Composite Bicycle Frames" *Compos.*; 26, 1, 72-4, 1995.
- Hyer M.W.; *Stress Analysis of Fibre-Reinforced Composite Materials*; Mc Graw-Hill, 1998.
- Crawford R.J.; *Plastic Engineering*; 3<sup>rd</sup> ed., Butter Worth Einemann, Oxford, 1998.
- نظری حسین "تحلیل تنش در بدنه های دوچرخه از جنس فلزی و کامپوزیتی"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۷۹.