

## Extension of Slitting Method for Simultaneous Measurement of Residual Normal and Shear Stresses in Polymer Composites

Mahmoud Mehrdad Shokrieh\* and Saeed Akbari Roknabadi

Composites Research Laboratory, Center of Excellence in Experimental Solid Mechanics and Dynamics, Mechanical Engineering Department, Iran University of Science and Technology,  
P.O. Box: 16846-13114, Tehran, Iran

Received 16 January 2012, accepted 7 August 2012

### ABSTRACT

The thermal residual stresses generated during curing process of laminated polymer composites can negatively affect their mechanical strength and performance. Premature failure, delamination, out-of-plane deformation and matrix cracking are negative effects of residual stresses. In order to predict the residual stresses effects on the performance of composite components, it is important to develop techniques to measure those stresses. The slitting method is one of the most conventional methods of residual stress measurement. In this method, a slit is created incrementally through the thickness of the stressed part and the released strains in each incremental depth are then measured by a strain gauge. A major assumption of this method is that the measured strains during the slitting experiment are only caused by the residual stress component perpendicular to the slit face. However, slitting process will also release two shear stress components in the slit plane, which may influence the values of the measured strains. This paper investigates the effect of the released in-plane and out-of-plane residual shear stresses in the slitting process on the measured strains for a carbon/epoxy laminate as well as a steel specimen. The results of the finite element simulations show that both components of the residual shear stress may significantly affect the measured strains during the slitting experiment. For simultaneous determination of residual normal and shear stresses, a new method using two strain gauges attached in both sides of the slit is presented. Finally, the validity of the simulation results was demonstrated by carrying out the slitting experiments on two carbon/epoxy composite specimens.

#### Keywords:

residual shear stresses,  
polymer composite,  
slitting method,  
finite element analysis,  
strain

(\*)To whom correspondence should be addressed.  
E-mail: [shokrieh@iust.ac.ir](mailto:shokrieh@iust.ac.ir)

# تعمیم روش شیارزنی برای اندازه‌گیری هم‌زمان تنش‌های پسماند عمودی و برشی در کامپوزیت‌های پلیمری

محمود مهرداد شکریه\*، سعید اکبری رکن‌آبادی

تهران، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی مکانیک، قطب علمی مکانیک جامدات تجربی و دینامیک،

صندوق پستی ۱۳۱۱۴-۱۶۸۴۶

دریافت: ۹۰/۱۰/۲۶، پذیرش: ۹۱/۵/۱۷

مجله علوم و تکنولوژی پلیمر،  
سال بیست و پنجم، شماره ۴،  
صفحه ۳۱۳-۳۰۱، ۱۳۹۱  
ISSN: 1016-3255  
Online ISSN: 2008-0883

## چکیده

برای تعیین تنش‌های پسماند با روش شیارزنی، ابتدا شیاری در چند مرحله در قطعه مدنظر ایجاد شده و کرنش‌های ناشی از آزادسازی تنش‌های پسماند هر مرحله به وسیله کرنش‌سنج ثبت می‌شود. سپس، تنش‌های پسماند به کمک کرنش‌های اندازه‌گیری شده و ضرایب نرمی محاسبه می‌شود. فرض اساسی لحاظ شده در روش مزبور این است که کرنش ثبت شده فقط ناشی از آزادسازی مؤلفه تنش پسماند عمود بر جداره شیار است. در حالی که شیارزنی دو مؤلفه تنش برشی را نیز در جداره شیار آزاد می‌کند که ممکن است مقادیر کرنش‌های ثبت شده به وسیله کرنش‌سنج را تحت تاثیر قرار دهد. در این پژوهش، اثر تنش‌های پسماند برشی داخل و خارج صفحه بر کرنش‌های ثبت شده در روش شیارزنی برای یک نمونه کامپوزیت کربن-اپوکسی و نیز یک نمونه فولادی بررسی شده است. با استفاده از مدل‌سازی اجزای محدود و با در نظر گرفتن توزیع تنش‌های فرضی نشان داده شده است که هر دو مؤلفه تنش برشی در مقایسه با تنش عمودی اثر قابل‌توجهی بر مقادیر کرنش‌های ثبت شده دارند. در نهایت، برای اندازه‌گیری هم‌زمان تنش‌های پسماند عمودی و برشی روش جدیدی با استفاده از دو کرنش‌سنج که در دو سمت شیار نصب می‌شوند، ارائه شده است. در بخش پایانی، درستی نتایج شبیه‌سازی با انجام آزمون شیارزنی روی دو نمونه کامپوزیت کربن-اپوکسی به اثبات رسید.

## واژه‌های کلیدی

تنش پسماند برشی،  
کامپوزیت پلیمری،  
روش شیارزنی،  
تحلیل اجزای محدود،  
کرنش

## مقدمه

تنش‌های پسماند در مواد کامپوزیتی به‌طور عمده در فرایند تولید قطعه زمانی ایجاد می‌شوند که یک چندلایه‌ای در حال سردشدن از دمای پخت به دمای محیط است. علت اصلی بروز این تنش‌ها در کامپوزیت‌های پلیمری اختلاف ضرایب انبساط گرمایی در جهت‌های ناهمسانگرد یک‌لایه و جهت‌گیری متفاوت لایه‌هاست. تنش‌های پسماند می‌توانند نقش عمده‌ای را در شکست یک سازه کامپوزیتی حتی موقعی که تحت بارگذاری نیست، ایفا کنند [۱]. به منظور بهترکردن فرایند طراحی و مدل‌سازی قطعه و افزایش کارایی آن، ارائه روش‌های تجربی برای اندازه‌گیری تنش‌های پسماند با دقت زیاد از اهمیت روزافزونی برخوردار است.

روش شیارزنی از جمله روش‌های تجربی اندازه‌گیری تنش‌های پسماند است که به‌طور گسترده در قطعات با هندسه‌های مختلف به کار رفته است [۴-۲]. این روش بر مبنای ایجاد یک شیار در چند مرحله متوالی و اندازه‌گیری کرنش‌ها یا جابه‌جایی‌های رها شده در هر مرحله است و روشی قدرتمند برای اندازه‌گیری تغییرات تنش با عمق است. کاربرد این روش در مواد کامپوزیتی بیشتر محدود به کامپوزیت‌های فلزی است [۵، ۶]. تنها مورد گزارش شده درباره کاربرد آن در کامپوزیت‌های پلیمری مربوط به کامپوزیت APC-2 با رزین گرمانرم و چیدمان متقاطع (cross-ply) است [۷]. Prime [۸] در مقاله مروری خود جنبه‌های مختلف نظری و تجربی روش شیارزنی و کاربرد آن را در مواد مختلف بررسی کرده است.

در پژوهش‌های انجام شده فقط مؤلفه تنش پسماند عمود بر جداره شیار به وسیله روش شیارزنی معین شده است. بنابراین فرض می‌شود، کرنش‌های ثبت شده به وسیله کرنش‌سنج نصب شده در نزدیکی شیار، تنها از مؤلفه عمودی تنش پسماند ناشی شده و تنش‌های پسماند برشی اثری بر کرنش‌های ثبت شده ندارند. تاکنون هیچ پژوهشی به‌طور مستقل برای بررسی صحت این فرض و مقایسه کرنش‌های ناشی از تنش‌های پسماند برشی و عمودی انجام نشده است. این در حالی است که در مواد کامپوزیتی به علت داشتن ساختار ناهمگن، احتمال ایجاد تنش‌های پسماند برشی نسبت به مواد ناهمسانگرد بیشتر است.

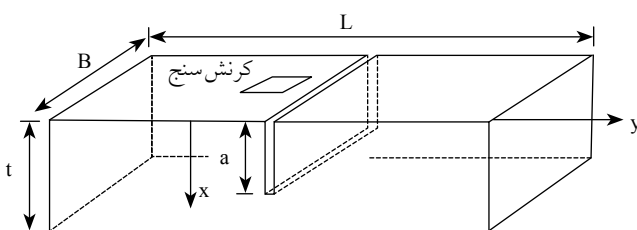
در این پژوهش، ابتدا توزیع کرنش آزاد شده ناشی از تنش‌های پسماند برشی داخل و خارج صفحه معین و مقادیر آن با کرنش‌های ناشی از تنش‌های پسماند عمودی مقایسه شده است. نشان داده شد که هر دو مؤلفه تنش برشی می‌توانند اثر قابل توجهی بر مقادیر کرنش‌های ثبت شده داشته باشند. در گام بعدی، روش جدیدی برای تعیین هم‌زمان تنش‌های پسماند عمودی و برشی ارائه شده است. در

بخش پایانی، درستی نتایج شبیه‌سازی با انجام آزمون شیارزنی روی دو نمونه کامپوزیت کربن - اپوکسی به اثبات رسید.

## اساس نظری روش شیارزنی

در روش شیارزنی ابتدا قطعه دارای تنش پسماند از یک سمت مقید شده، سپس شیاری با عرض کم طی چند مرحله در امتداد ضخامت قطعه ایجاد می‌شود. با ایجاد شیار تنش‌های پسماند آزاد شده ناحیه اطراف شیار دچار تغییر شکل می‌شود. کرنش‌های آزاد شده به وسیله کرنش‌سنج‌هایی که در سطح بالایی یا پایینی قطعه نصب شده‌اند، ثبت می‌شوند. کرنش‌سنج‌هایی که در سطح بالایی در نزدیک شیار نصب می‌شوند (کرنش‌سنج‌های بالایی، top-gauge)، فقط به تنش‌های آزاد شده در نزدیکی سطح حساس هستند (حداکثر ۲۰-۲۵ درصد ضخامت قطعه). بنابراین، زمانی به کار می‌روند که تعیین تنش در نزدیک سطح مدنظر باشد. کرنش‌سنج‌هایی که در سطح پایینی و دقیقاً روبه‌روی شیار نصب می‌شوند (کرنش‌سنج‌های پشتی، back-gauge)، زمانی به کار می‌روند که تعیین تنش در سرتاسر ضخامت قطعه مدنظر باشد. در شکل ۱ هندسه متعارف روش شیارزنی با کرنش‌سنج بالایی نشان داده شده است. این هندسه شامل ضخامت قطعه،  $L$  طول قطعه،  $B$  عرض قطعه،  $w$  عرض شیار،  $a$  عمق شیار و  $l$  طول کرنش‌سنج است. برای این هندسه روش شیارزنی، تغییرات مؤلفه تنش پسماند عمود بر جداره شیار،  $\sigma_{yy}(x)$  را در امتداد ضخامت قطعه معین می‌کند.

رابطه بین تنش‌های آزاد شده و کرنش‌های ثبت شده رابطه ساده یک به یک نیست، چرا که کرنش اندازه‌گیری شده به تنش آزاد شده در سرتاسر عمق شیار و نه فقط تنش آزاد شده در عمقی خاص وابسته است [۹]. بدیهی است، اثر تنش‌های پسماند نزدیک به سطح در کرنش ثبت شده بیشتر است. برای روش شیارزنی و سایر روش‌های مکانیکی که مبتنی بر برداشتن تدریجی ماده از قطعه دارای تنش پسماند هستند، مانند روش لایه‌برداری و روش سوراخ‌کاری مرحله‌ای [۱۰]، رابطه بین کرنش‌های اندازه‌گیری شده و تنش‌های به‌وجود آورنده آن به شکل انتگرالی زیر در نظر گرفته می‌شود [۱۱]:



شکل ۱- هندسه روش شیارزنی.

$$C_{ij} = \varepsilon(a_i) = P_j(x) \quad (6)$$

اگر تعداد مراحل افزایش عمق  $m$  و بالاترین مرتبه چندجمله‌ای  $P_j(x)$  برابر با  $n$  باشد، ماتریس نرمی از مرتبه  $m \times (n+1)$  خواهد بود. این ماتریس به‌طور عمومی با روش اجزای محدود محاسبه می‌شود. مسئله بعدی تعیین توابع  $P_j(x)$  است. بهتر است، این توابع طوری انتخاب شوند که شرایط تعادل ممان و نیرو را برآورده کنند. برای جسم ساده دوبعدی که شیار سرتاسری در آن ایجاد شده است، مطابق شکل ۲، هر توزیع تنش عمودی  $\sigma(x)$  باید معادلات زیر را برآورده کند:

$$\int_0^1 \sigma(x) dx = 0 \quad (7)$$

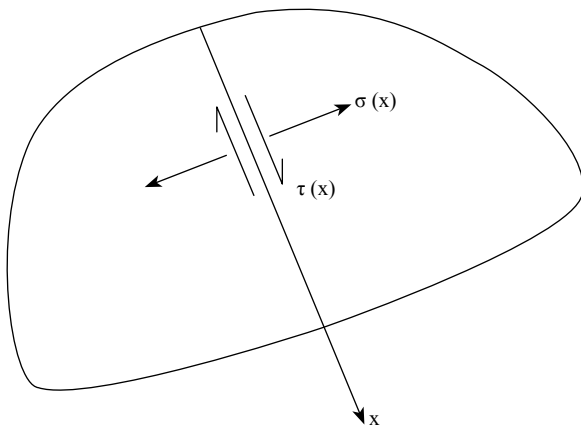
$$\int_0^1 x\sigma(x) dx = 0 \quad (8)$$

معادله (۸) با توجه به معادله (۷) به شکل معادله (۹) بازنویسی می‌شود:

$$\int_0^1 (2x-1)\sigma(x) dx = 0 \quad (9)$$

برای سادگی فاصله  $x$  نسبت به ضخامت بی‌بعد شده است. چندجمله‌ای‌های توانی معادلات تعادل را برآورده نمی‌کند. اما، چندجمله‌ای‌های لژاندر  $L_j(x)$  به ازای همیشه  $j \geq 2$  معادلات (۷) و (۹) را برآورده می‌کنند. این چندجمله‌ای‌ها به شکل معادله (۱۰) تعریف می‌شوند:

$$L_j(x) = \frac{\left(\frac{d}{dx}\right)^j [(x^2-x)^j]}{j!} \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (10)$$



شکل ۲- تنش پسماند در صفحه‌ای دلخواه از جسم دوبعدی.

$$\varepsilon(a_i) = \frac{1}{E'} \int_0^{a_i} G(x, a_i) \sigma(x) dx \quad (1)$$

عمق شیار،  $\varepsilon(a_i)$  کرنش اندازه‌گیری شده در زمانی است که شیار به عمق  $a_i$  رسیده و  $\sigma(x)$  تنش پسماند عمود بر جداره شیار در عمق  $x$  پیش از ایجاد شیار است. تابع کرنل  $G(x, a_i)$  بیانگر کرنش ناشی از تنش واحد موجود در عمق  $x$  در شیار با عمق  $a_i$  است.  $E'$  برای نمونه‌هایی که به شکل تیر یا صفحه باشند، به شکل زیر تعریف می‌شود [۱۲]:

$$\begin{cases} E' = E \\ E' = \frac{E}{1-\nu^2} \end{cases} \quad (2)$$

معادله (۱) به عنوان معادله معکوس شناخته می‌شود، چرا که کمیت معلوم  $\varepsilon(a_i)$  به تنهایی در سمت چپ معادله ظاهر می‌شود، در حالی که کمیت مجهول  $\sigma(x)$  در سمت راست معادله و داخل انتگرال ظاهر شده است [۱۱]. ویژگی مهم مسائل معکوس بدخیم بودن (Ill-conditioned) آنهاست. خطاهای کوچک در اندازه‌گیری کرنش به خطاهای بسیار بزرگ‌تر در تنش‌های محاسبه‌شده منجر می‌شود.

برای حل معادله (۱)، ابتدا باید توزیع خاصی برای تنش پسماند در امتداد ضخامت در نظر گرفت. رایج‌ترین راه حل برای معادلات معکوس مانند معادله (۱) عبارت‌اند از: روش بسط سری و روش بارهای نواری. در روش بسط سری، کمیت مجهول (تنش) به شکل بسط یک سری در نظر گرفته می‌شود:

$$\sigma(x) = \sum_{j=0}^n A_j P_j(x) \quad (3)$$

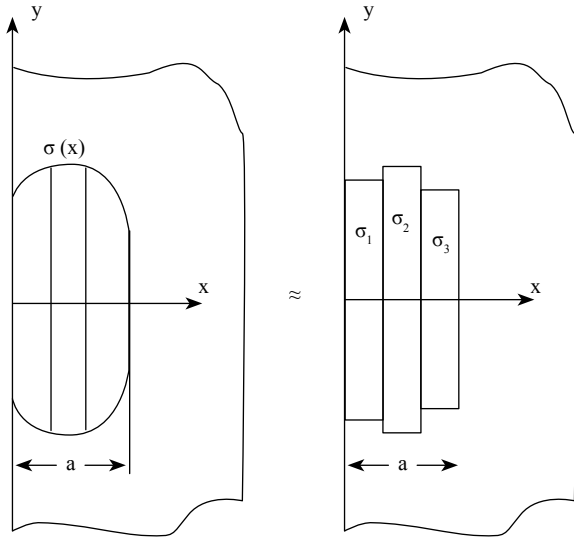
$P_j(x)$  توابع پایه و  $A_j$  ضرایب دامنه برای  $P_j(x)$  هستند. انتخاب  $P_j(x)$ ها دلخواه است. بنابراین مسئله تعیین تنش  $\sigma(x)$  به مسئله تعیین ضرایب  $A_j$  تقلیل می‌یابد. جای‌گذاری معادله (۳) در معادله (۱)، معادله (۴) را به دست می‌دهد:

$$\varepsilon(a_i) = \frac{1}{E'} \int_0^{a_i} G(x, a_i) \sum_{j=2}^n A_j P_j(x) dx = \frac{1}{E'} \sum_{j=2}^n A_j \int_0^{a_i} G(x, a_i) P_j(x) dx = \sum_{j=2}^n A_j C_{ij} \quad (4)$$

بنابراین  $C_{ij}$ ها یا اجزای ماتریس نرمی از معادله (۵) معین می‌شوند:

$$C_{ij} = \frac{1}{E'} \int_0^{a_i} G(x, a_i) P_j(x) dx \quad (5)$$

مقایسه این معادله با معادله (۱) نشان می‌دهد، جزء  $C_{ij}$  از ماتریس نرمی برابر با کرنش اندازه‌گیری شده در حالتی است که در شیار با عمق  $a_i$  تنش‌های برابر با  $P_j(x)$  به جداره شیار اعمال شود:



شکل ۳- تخمین تنش های پسماند لبه های ترک با بارهای نواری.

$U_j(x)$  ها توابع پالس هستند و به شکل معادله (۱۴) تعریف می شوند:

$$U_j(x) = \begin{cases} 1 & a_{j-1} \leq x \leq a_j \\ 0 & x \leq a_{j-1}, x \geq a_j \end{cases} \quad (14)$$

بنابراین، باید ضرایب  $A_j$  را که متناظر با مقدار تنش در فاصله  $a_{j-1} \leq x \leq a_j$  هستند، معین کرد. جای گذاری معادله (۱۳) در معادله (۱)، معادله (۱۵) را می دهد:

$$\varepsilon(a_i) = \frac{1}{E'} \int_0^{a_i} G(x, a_i) \sum_{j=1}^n A_j U_j(x) dx = \frac{1}{E'} \sum_{j=1}^n A_j \int_{a_{j-1}}^{a_j} G(x, a_i) U_j(x) dx = \sum_{j=1}^n A_j C_{ij} \quad (15)$$

بنابراین  $C_{ij}$  ها یا اجزای ماتریس نرمی به کمک معادله (۱۶) معین می شوند:

$$C_{ij} = \frac{1}{E'} \int_0^{a_i} G(x, a_i) U_j(x) dx = \frac{1}{E'} \int_{a_{j-1}}^{a_j} G(x, a_i) dx \quad (16)$$

مقایسه این معادله با معادله (۱) نشان می دهد، اجزای  $C_{ij}$  از ماتریس نرمی برابر با کرنش اندازه گیری شده در حالتی است که در شیار با عمق  $a_i$ ، بازه  $a_{j-1} \leq x \leq a_j$  تنش واحد به جداره شیار اعمال شود:

$$C_{ij} = \varepsilon(a = a_i, \sigma(x) = U_j(x)) \quad (17)$$

تفاوت ضرایب نرمی متناظر با چندجمله ای های پیوسته و بارهای نواری، معادله های (۶) و (۱۷)، باید مورد توجه قرار گیرد. تعبیر فیزیکی ماتریس نرمی متناظر با بارهای نواری در شکل ۴ نشان داده شده است.

ماتریس نرمی در این حالت مربعی و پایین مثلثی است. مطابق شکل ۴

چهار جمله اول عبارت اند از:

$$L_0 = 1, L_1 = 2x - 1, L_2 = 6x^2 - 6x + 1, L_3 = 20x^3 - 30x^2 + 12x - 1$$

رابطه تعامد برای این چندجمله ای ها به شکل معادله (۱۱) است:

$$\int_0^1 L_i(x) L_j(x) dx = \frac{\delta_{ij}}{2i+1} \quad (11)$$

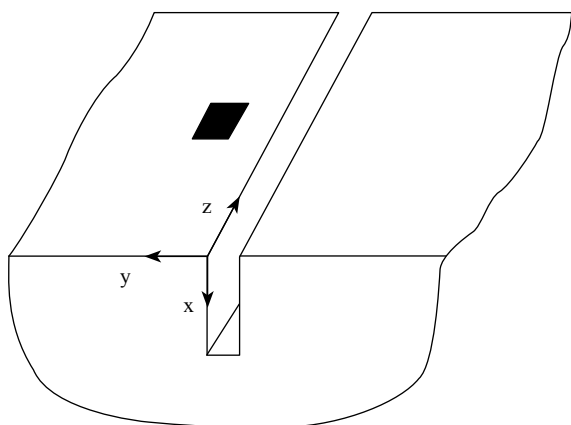
$\delta_{ij}$  دلتای کرونیکر است و اگر  $i \neq j$  باشد، مساوی صفر خواهد بود. چون دو جمله اول به شکل  $L_1 = 2x - 1$  و  $L_0 = 1$  هستند، با جای گزینی  $\sigma(x)$  با  $L_j(x)$  به ازای  $i \geq 2$ ، معادلات تعادل (۷) و (۹) همیشه برقرار است. بنابراین، شکل نهایی  $\sigma(x)$  به شکل زیر در نظر گرفته می شود:

$$\sigma(x) = \sum_{j=2}^m A_j L_j(x) \quad (12)$$

در بعضی موارد نمی توان توزیع تنش را در امتداد ضخامت قطعه دارای تنش پسماند با یک تابع پیوسته تخمین زد. به عنوان مثال، توزیع تنش پسماند در کامپوزیت های پلیمری در مرز لایه ها ناپیوسته است. از این رو، تخمین تنش با چندجمله ای های پیوسته امکان پذیر نیست. از طرفی، در بسیاری از کاربردهای مهندسی ممکن است، شیب تغییرات تنش پسماند در امتداد ضخامت بسیار زیاد باشد. مثلاً در ساچمه زنی (shot-peening)، تنش پسماند به طور عمده در سطح قطعه متمرکز است و در عمق قطعه به سرعت به سمت صفر میل می کند. در این موارد تخمین تنش با توابع پیوسته، به چندجمله ای های با مرتبه بسیار بالا نیاز دارد که منجر به ناپایداری جواب می شود. در این گونه موارد روش بارهای نواری قابل استفاده است. در این روش کل بازه مدنظر به تعدادی زیربازه تقسیم شده و مقدار تنش در هر زیربازه (به عنوان مثال هر لایه از چندلایه کامپوزیتی) ثابت در نظر گرفته می شود. این روش قدیمی ترین و در عین حال پرکاربردترین روش برای تخمین تنش های پسماند است که اولین بار در روش سوراخ کاری مرحله ای استفاده شد.

با در نظر گرفتن توزیع تنش پسماند در وجوه یک شیار مطابق شکل ۳، فرض می شود افزایش عمق شیار  $n$  مرحله از  $a_1$  تا  $a_n$  انجام شود. با استفاده از اصل جمع آثار می توان توزیع تنش در هر مرحله از افزایش عمق شیار را با بارهای نواری  $\sigma(x_i)$ ،  $a_{j-1} \leq x_j \leq a_j$  جایگزین کرد. مطابق مباحث مطرح شده توزیع تنش در امتداد ضخامت به شکل معادله (۱۳) فرض می شود:

$$\sigma(x) = \sum_{j=1}^n A_j U_j(x) \quad (13)$$



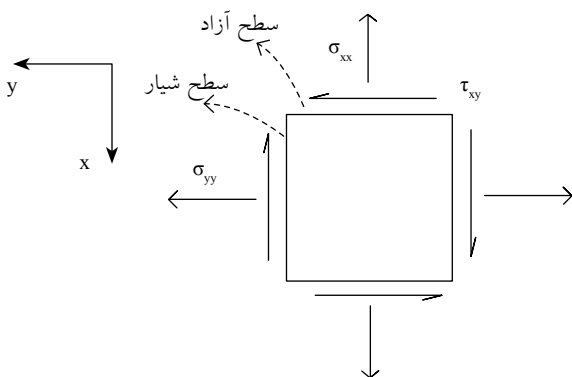
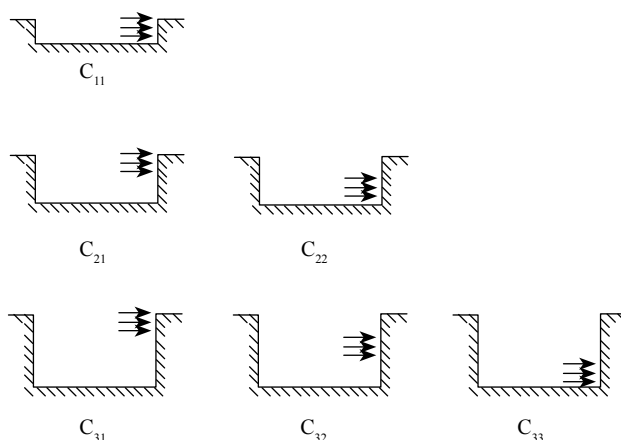
شکل ۵- سامانه مختصات در نظر گرفته شده برای توزیع تنش.

ضخامت قطعه برابر واحد و عرض قطعه برابر ۳ در نظر گرفته می‌شود. برای تعیین شرایط مرزی، یک جزء مکعبی روی سطح قطعه در لبه شیاری، با توجه به شکل ۵ در نظر گرفته می‌شود. وجه  $xy$  از این جزء در شکل ۶ نشان داده شده است. در سطح آزاد همه مؤلفه‌های تنش از جمله تنش برشی  $\tau_{yz}$  صفر است. با در نظر گرفتن تساوی تنش‌های برشی روی وجوه اجزا، در سطح شیاری نیز تنش برشی  $\tau_{yz}$  صفر است. بدین ترتیب ثابت می‌شود، روی سطح پایینی نیز  $\tau_{yz}$  صفر است. بنابراین با در نظر گرفتن ضخامت واحد برای قطعه، شرایط مرزی و معادله‌های تعادل برای تنش  $\tau_{yz}$  به شکل زیر است:

$$\begin{cases} \int_0^1 \tau_{yx}(x) dx = 0 \\ \tau_{yx}(0) = \tau_{yx}(1) = 0 \end{cases} \quad (18)$$

همچنین، تنش  $\tau_{yz}$  در سطوح آزاد جلو و عقب قطعه دارای مقدار صفر است:

$$\begin{cases} \int_0^3 \tau_{yz}(z) dx = 0 \\ \tau_{yz}(0) = \tau_{yz}(3) = 0 \end{cases} \quad (19)$$

شکل ۶- وجه  $xy$  از یک جزء سطحی.

شکل ۴- نحوه محاسبه ضرایب نرمی متناظر با بارهای نواری.

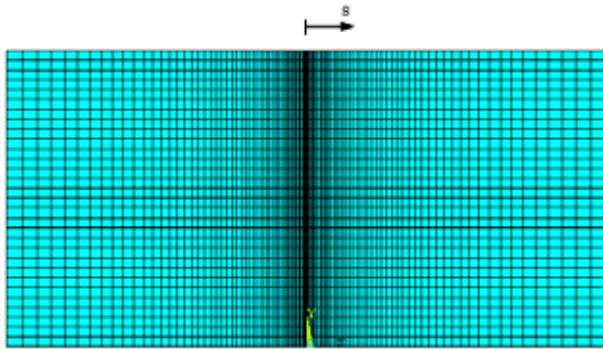
هر ستون این ماتریس از اعمال تنش واحد در یک زیربازه ثابت از شیاری با عمق‌های مختلف به دست می‌آید. همچنین، هر سطر این ماتریس از اعمال تنش واحد در زیربازه‌های متوالی از شیاری با عمق ثابت به دست می‌آیند.

یکی از فرض‌های مهم روش شیاری مطابق معادله (۱) این است که کرنش ثابت شده به وسیله کرنش سنج فقط ناشی از مؤلفه عمودی تنش پسماند آزاد شده،  $\sigma_{yy}$ ، جداره شیاری است. این در حالی است که شیاری دو مؤلفه تنش برشی خارج صفحه  $\tau_{yx}$  و داخل صفحه  $\tau_{yz}$  را نیز در جداره شیاری آزاد می‌کند. اگر این مؤلفه‌های برداری در محل شیاری وجود داشته باشند، ممکن است مقادیر کرنش‌هایی را که پس از ایجاد شیاری به وسیله کرنش سنج ثبت می‌شود و در نتیجه تنش محاسبه شده  $\sigma_{yy}$  را تحت تأثیر قرار دهند.

### شرایط مرزی و معادله‌های تعادل برای مؤلفه‌های تنش پسماند

تنش‌های پسماند برشی در چندلایه‌ای‌های متقاطع در مختصات On-Axis ایجاد نمی‌شود و تنها در چندلایه‌ای‌های که متقاطع نیستند، حائز اهمیت است. فرض می‌شود،  $\sigma_{yy}$  فقط در جهت  $x$  و  $\tau_{yz}$  تنها در جهت  $z$  تغییر می‌کند. برای نشان دادن وابستگی کرنش‌های آزاد شده به تنش‌های پسماند برشی باید توزیع خاصی را برای تنش‌های برشی و عمودی در نظر گرفت که اولاً با هم مساوی باشند یا حداقل نیروی متوجه یکسانی داشته باشند تا نتایج ایجاد شده قابل مقایسه باشند. ثانیاً توزیع‌های در نظر گرفته شده باید شرایط مرزی و معادله‌های تعادل را برآورده کنند.

پیش از در نظر گرفتن هر توزیع خاصی برای تنش‌های پسماند، باید شرایط مرزی و معادله‌های تعادل را برای هر یک از مؤلفه‌های تنش پسماند معین کرد. سامانه مختصات در نظر گرفته شده برای توزیع تنش مطابق شکل ۵ است.



شکل ۸- دید از بالای مدل اجزای محدود سه بعدی.

توجه به این نمونه آزمایشی انجام می شود.

ابعاد مدل اجزای محدود با توجه به شکل ۱ عبارت اند از:  $L=6$ ,  $l=0.5$ ,  $w=0$  و  $B=3$ . مدل سازی با استفاده از نرم افزار ANSYS [۱۳] انجام شد. از اجزای سه بعدی لایه ای Solid46 برای شبیه سازی استفاده شده است. شکل ۸ دید از بالای مدل مش بندی شده را نشان می دهد. از آنجا که گرادیان کرنش در نزدیکی شیار بیشتر است، از مش بندی ریزتر در نزدیکی شیار استفاده شده است. با توجه به شرایط مرزی تمام گره های موجود در سمت چپ مدل به طور کامل مقید شده اند. شیار با حذف اجزای واقع در محل شیار رشد می کند. در شبیه سازی روش شیارزنی برای کامپوزیت های پلیمری، هر لایه تک جهتی به عنوان ماده همسانگرد عرضی در نظر گرفته می شود. خواص لایه تک جهتی کربن - اپوکسی در جدول ۱ داده شده است.

### تعیین توزیع کرنش ناشی از تنش های پسماند برشی

یک نمونه کامپوزیتی کربن - اپوکسی  $[90/45\pm 0]_s$  با مشخصات جدول ۱ و یک نمونه فولادی ( $E=200$  GPa و  $\nu=0.3$ ) با ابعاد بیان شده در بخش قبل، در نظر گرفته شد. اکنون توزیع کرنش آزاد شده روی سطح بالایی در نظر گرفته شده در این حالت کرنش سنج در نزدیکی لبه شیار نصب می شود. نمودار توزیع کرنش آزاد شده روی سطح بالایی قطعه بر حسب  $s$  (فاصله از لبه شیار، همان طور که در شکل ۸ نشان داده شده است) ناشی از شیارزنی در  $z=4$  عمق مختلف، برای این نمونه ها در شکل های ۹ و ۱۰ نشان داده شده است. مطابق این شکل ها، در سطح بالایی برای هر دو نمونه شبیه سازی شده کرنش ناشی از  $\tau_{yx}$  و  $\tau_{yz}$  در مقایسه با  $\sigma_{yy}$  قابل توجه جدول ۱- خواص لایه تک جهتی کربن - اپوکسی.

$E_x$ (GPa)	$G_{xy}$ (GPa)	$E_y$ (GPa)	$\nu_{xy}$
۱۴۶	۷/۱	۱۰/۸۹	۰/۲۸

تعداد ممان برای  $\tau_{yz}$  و  $\tau_{yx}$  همیشه برقرار است. معادلات تعادل برای  $\sigma_{yy}$  همان طور در معادله های (۷) و (۸) بیان شد، به شکل زیر است:

$$\begin{cases} \int_0^1 \sigma_{yy}(x) dx = 0 \\ \int_0^1 x \sigma_{yy}(x) dx = 0 \end{cases} \quad (20)$$

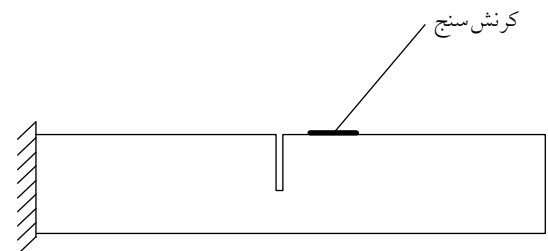
برای  $\sigma_{yy}$  در راستای  $x$  هیچ شرط مرزی وجود ندارد. با توجه به قیود یاد شده، توزیع تنش های زیر در نظر گرفته می شود:

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}(x) &= 10(6x^2 - 6x + 1) \text{ MPa} & 0 \leq x \leq 1 \\ \tau_{yx}(x) &= 10 \sin(2\pi x) \text{ MPa} & 0 \leq x \leq 1 \\ \tau_{yz}(z) &= 10 \sin\left(\frac{2\pi}{3}z\right) \text{ MPa} & 0 \leq z \leq 3 \end{aligned} \quad (21)$$

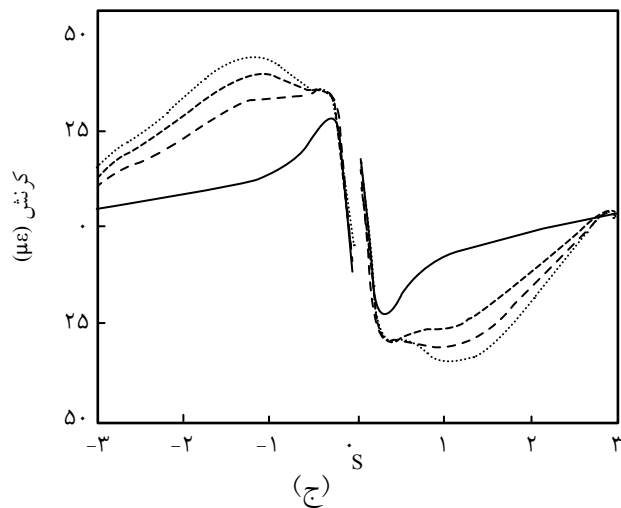
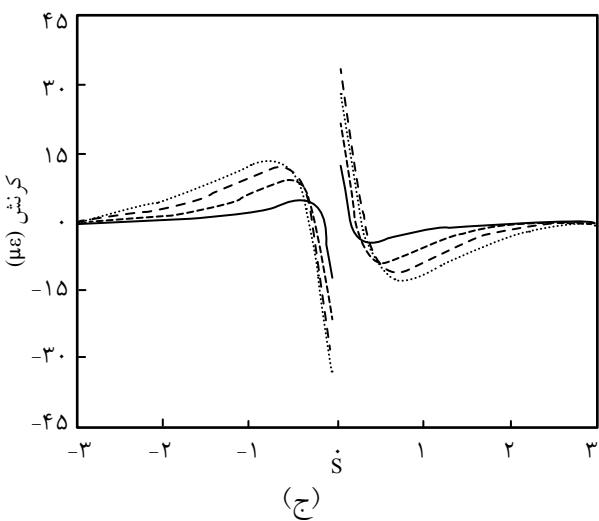
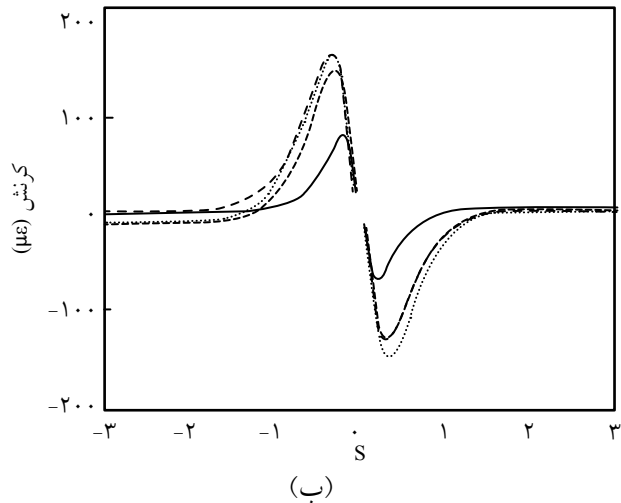
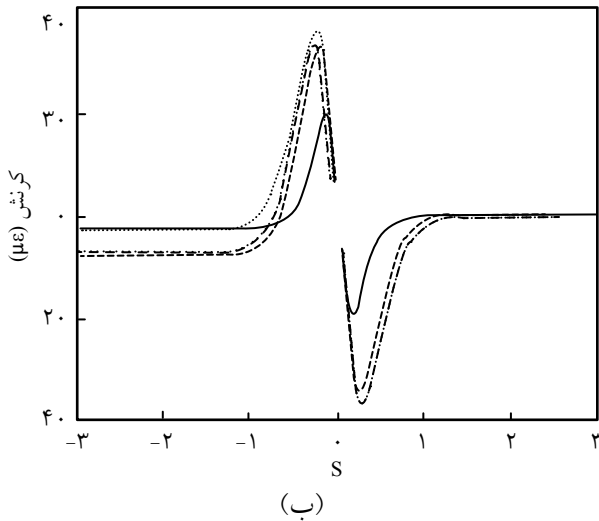
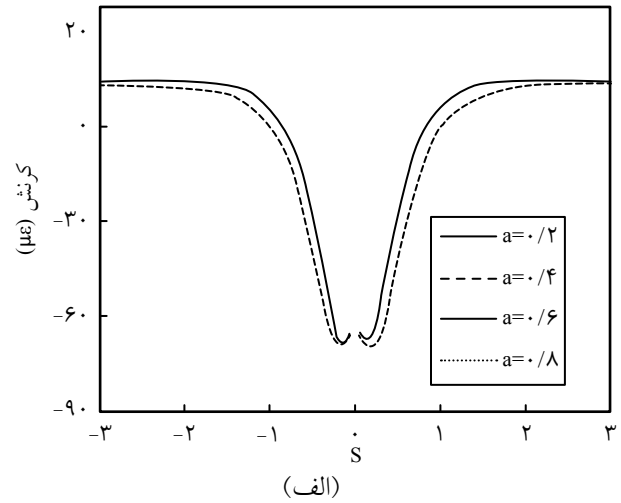
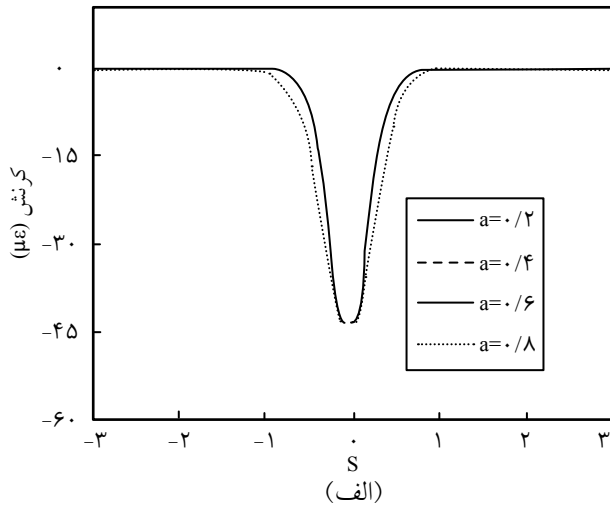
مطابق این معادله، هر سه مؤلفه تنش پسماند دارای مقدار بیشینه  $10$  MPa هستند. با توجه به توزیع تنش های در نظر گرفته شده، اثر تنش های برشی  $\tau_{yz}$  و  $\tau_{yx}$  را در کرنش ثبت شده به وسیله کرنش سنج در صفحه بالایی، در حالتی که کرنش سنج نزدیک به لبه شیار نصب می شود، معین و با کرنش های ناشی از تنش عمودی مقایسه می شود.

### مدل سازی اجزای محدود

در این بخش فرایند شبیه سازی روش شیارزنی برای محاسبه کرنش های آزاد شده در فرایند شیارزنی ناشی از تنش پسماند با توزیع مشخص شرح داده شده است. این کرنش ها بر اساس اصل جمع آثار محاسبه می شود. این اصل بیان می کند، کرنش آزاد شده در فرایند شیارزنی برابر با کرنشی است که موقع اعمال تنش پسماند با علامت مخالف به جداره شیار در قطعه بدون تنش پسماند به وجود می آید. بنابراین با فرض کشسانی خطی برای یک توزیع تنش مشخص، کرنش های آزاد شده ناشی از شیارزنی قابل محاسبه است. همان طور که در شکل ۷ نشان داده شده است، حین آزمون قطعه از یک طرف گیردار می شود. کرنش سنج در سمت دیگر قطعه که بدون محدودیت تغییر شکل می دهد، نصب می شود. مدل سازی قطعه با



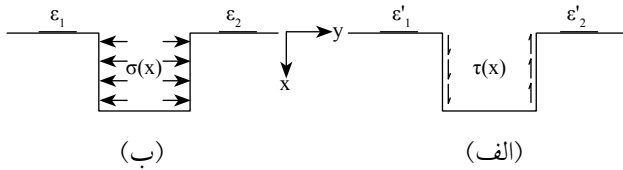
شکل ۷- نمونه آزمایشی با شرط مرزی یک سر درگیر.



شکل ۹- توزیع کرنش آزاد شده روی سطح بالایی چندلایه‌ای کربن- اپوکسی  $[90/45\pm/0]_s$  ناشی از: (الف) تنش پسماند عمودی  $\sigma_{yy}=10(6x^2-6x+1)$  MPa، (ب) تنش پسماند برشی خارج صفحه  $\tau_{yx}=10(\sin 2\pi x)$  MPa و (ج) تنش پسماند برشی داخل صفحه  $\tau_{yz}=10(\sin 2\pi/3z)$  MPa

شکل ۱۰- توزیع کرنش آزاد شده روی سطح بالایی نمونه فولادی ناشی از: (الف) تنش پسماند عمودی  $\sigma_{yy}=10(6x^2-6x+1)$  MPa و (ب) تنش پسماند برشی خارج صفحه  $\tau_{yx}=10(\sin 2\pi x)$  MPa و (ج) تنش پسماند برشی داخل صفحه  $\tau_{yz}=10\sin(2\pi z/3)$  MPa





شکل ۱۲- (الف) تنش پسماند عمودی و (ب) تنش پسماند برشی در وجوه شیار. کردند.

### روشی جدید برای تفکیک اثر تنش‌های پسماند برشی

در این بخش روشی جدید برای تفکیک کرنش‌های ناشی از تنش‌های پسماند برشی و عمودی از یکدیگر ارائه شده است. بدین منظور باید دو کرنش سنج در دو سمت شیار نصب شوند. دو حالت مختلف در نظر گرفته می‌شود. فرض کنید، در حالت اول، مطابق شکل ۱۲-الف، فقط تنش عمودی و در حالت دوم مطابق شکل ۱۲-ب، فقط تنش برشی در جداره شیار وجود دارد. کرنش سنج ۱ در سمت چپ شیار و کرنش سنج ۲ در سمت راست شیار نصب شده‌اند. با توجه به مباحث بخش قبل داریم:

$$\epsilon_1 = \epsilon_2, \quad \epsilon'_1 = -\epsilon'_2 \quad (22)$$

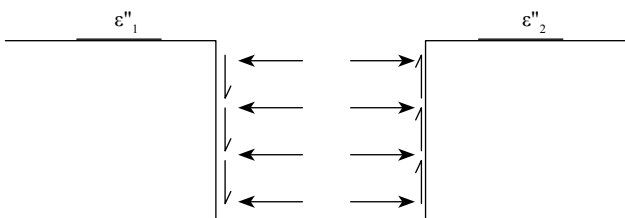
در حالت کلی همان‌طور که در شکل ۱۳ نشان داده شده، هر دو مؤلفه تنش عمودی و برشی در جداره شیار وجود دارند و کرنش‌های دو سمت شیار مقادیر مختلفی را نشان می‌دهند. با توجه به اصل جمع آثار، داریم:

$$\epsilon''_1 = \epsilon_1 + \epsilon'_1, \quad \epsilon''_2 = \epsilon_2 + \epsilon'_2 \quad (23)$$

از معادله‌های (۲۲) و (۲۳) می‌توان نتیجه گرفت:

$$\begin{cases} \epsilon_1 = \epsilon_2 = \frac{\epsilon''_1 + \epsilon''_2}{2} \\ \epsilon'_1 = -\epsilon'_2 = \frac{\epsilon''_1 - \epsilon''_2}{2} \end{cases} \quad (24)$$

در نتیجه کرنش‌های ناشی از تنش پسماند عمودی و برشی از هم تفکیک می‌شوند. ابتدا فرض می‌شود، فقط مؤلفه خارج صفحه تنش

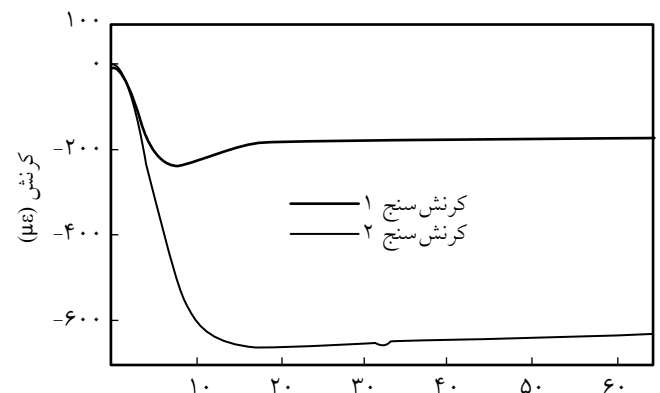


شکل ۱۳ - وجود تنش عمودی و نیز تنش برشی در جداره شیار.

است. این موضوع نشان می‌دهد، برای کرنش‌سنج‌هایی که روی سطح بالایی و نزدیک به لبه شیار چسبانده می‌شوند، به‌ویژه در نمونه‌های کامپوزیتی، تنش‌های برشی اهمیت قابل توجهی دارد. بنابراین، در زمان اندازه‌گیری کرنش‌های آزاد شده به وسیله کرنش‌سنج‌هایی که در سطح بالایی در نزدیکی شیار نصب شده‌اند، مؤلفه‌های تنش پسماند برشی در حالتی که در مقایسه با تنش عمودی مقدار قابل توجهی داشته باشند، کرنش‌های ثبت‌شده را تحت تأثیر خود قرار می‌دهند. در نتیجه، محاسبه تنش عمودی بدون در نظر گرفتن آثار تنش‌های برشی به خطای قابل توجهی منجر می‌شود.

نکته حائز اهمیت دیگر اینکه در سطح بالایی در محدوده  $-1 \leq S \leq 1$ ، توزیع کرنش ناشی از  $\sigma_{yy}$  متقارن است، اما توزیع کرنش ناشی از  $\tau_{yx}$  و  $\tau_{yz}$  پادمقارن است. بنابراین، وجود هم‌زمان تنش‌های پسماند برشی و عمودی سبب توزیع نامتقارن کرنش در دو سمت شیار می‌شود. این نکته اساس روش پیشنهادی برای جداسازی کرنش‌های ناشی از تنش‌های پسماند برشی و عمودی است که در بخش بعدی شرح داده شده است.

حسین‌زاده و همکاران [۱۴] برای اندازه‌گیری تنش پسماند در یک نمونه فولادی (compact tension, CT) دو کرنش‌سنج را به فواصل مساوی از دو طرف شیار نصب کردند. کرنش‌های ثبت‌شده با این دو کرنش‌سنج مطابق شکل ۱۱ اختلاف بسیار قابل توجهی را نشان دادند. احتمالاً مقادیر بزرگ تنش پسماند برشی آزاد شده در جداره شیار دلیل اصلی این اختلاف بوده است. این آزمایش دلیل محکمی است که نشان‌دهنده اهمیت تنش‌های پسماند برشی هنگام استفاده از کرنش‌سنج بالایی است. با این حال، آنها کرنش‌های ناشی از تنش‌های برشی و عمودی را از یکدیگر تفکیک نکردند و از کرنش‌سنج پشتی برای اندازه‌گیری تنش در امتداد ضخامت استفاده



شکل ۱۱- اختلاف کرنش‌های ثبت‌شده با دو کرنش‌سنج نصب‌شده در دو سمت شیار [۱۴].

این فرمول‌بندی برای تنش برشی داخل صفحه نیز قابل استفاده است. برای محاسبه ضرایب نرمی مربوط به تنش‌های برشی همانند تنش‌های عمودی، روش اجزای محدود تنها گزینه موجود برای چندلایه‌های کامپوزیتی است.

### نتایج تجربی

برای بررسی صحت نتایج شبیه‌سازی، نتایج تجربی حاصل از آزمون شیارزنی روی کامپوزیت کربن - اپوکسی ارائه شده است. الیاف تک‌جهتی کربن T-300 و رزین اپوکسی ML-506 به همراه سخت‌کننده Aradur-830 برای ساخت چندلایه‌ای کامپوزیتی با چیدمان  $[45_4/-45_4]_5$  استفاده شده است. این کامپوزیت استحکام زیادی دارد و به‌طور عمده در صنایع هوافضا به کار می‌رود. در فرایند پخت، کامپوزیت به مدت ۶ h در دمای  $100^\circ\text{C}$  و سپس به مدت ۶ h دیگر در دمای  $120^\circ\text{C}$  قرار گرفت. خواص مکانیکی لایه تک‌جهتی این کامپوزیت در جدول ۲ آمده است. از این مقادیر برای محاسبه ضرایب نرمی استفاده می‌شود. شکل ۱۴ قطعات کامپوزیتی ساخته شده را برای آزمون شیارزنی نشان می‌دهد.

دو مجموعه آزمون شیارزنی روی دو قطعه ساخته‌شده انجام شد. آزمون شیارزنی روی نمونه اول، مطابق شکل ۱۵، با استفاده از کرنش‌سنج پشتی برای اندازه‌گیری تنش‌های پسماند عمودی انجام شد. آزمون دوم با استفاده از دو کرنش‌سنج بالایی که در فواصل مساوی از دو سمت شیار نصب شدند، مطابق شکل ۱۶، برای اندازه‌گیری تنش‌های پسماند عمودی انجام شد.

کرنش‌سنج‌های استفاده شده در این آزمون از نوع UBFLA-03 ساخت شرکت TML ژاپن بود. در آزمون شیارزنی هر چه کرنش‌سنج



شکل ۱۴ - قطعات کامپوزیتی ساخته‌شده برای آزمون شیارزنی.

برشی وجود دارد و مقدار تنش برشی داخل صفحه صفر است. برای محاسبه باید توزیع خاصی را برای آن در نظر گرفت که معادله‌های تعادل و شرایط مرزی را مطابق معادله (۱۳) برآورده کند.

برای برقراری شرایط مرزی مطابق معادله (۱۸)، توزیع تنش برشی باید به شکل زیر در نظر گرفته شود:

$$\tau_{yx}(x) = x(1-x)F(x) \quad (25)$$

$F(x)$  باید به نحوی انتخاب شود که رابطه تعادل نیرو نیز برآورده شود:

$$\int_0^1 \tau_{yx}(x) dx = \int_0^1 x(1-x)F(x) dx = 0 \quad (26)$$

رابطه تعادل چندجمله‌ای‌های موسوم به ژاکوبی،  $J(x)$ ، به شکل معادله (۲۷) است [۱۵]. این چندجمله‌ای‌ها به همراه معادله تعادل آنها به شکل معادله (۲۷) تعریف می‌شوند:

$$J_n(x) = \frac{(-1)^n}{n!x(1-x)} \frac{d^n}{dx^n} \{ [x(1-x)]^{1+n} \} \rightarrow \int_0^1 x(1-x)J(x) dx = 0 \quad (27)$$

بنابراین، به شکل معادله (۲۸) تعریف می‌شود:

$$\tau_n(x) = Q_n(x) = x(1-x)J_n(x) = \frac{(-1)^n}{n!} \frac{d^n}{dx^n} \{ [x(1-x)]^{1+n} \} \quad (28)$$

در نتیجه شکل کلی تنش پسماند برشی به شکل زیر فرض می‌شود:

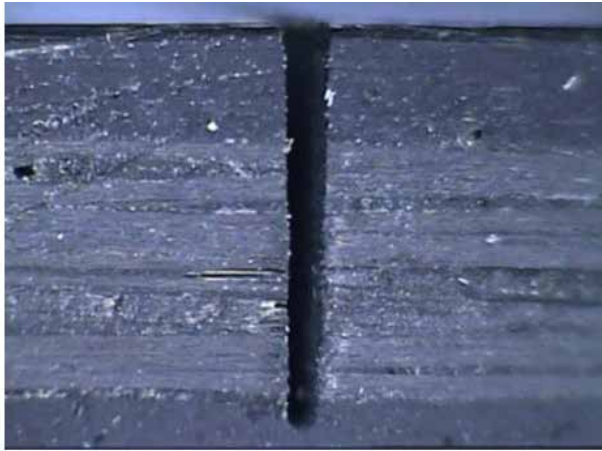
$$\tau(x) = \sum_{j=1}^n B_j Q_j(x) \quad (29)$$

در این معادله،  $B_j$  ضریب دامنه برای جمله مرتبه  $j$ ام است. این ضرایب به وسیله کرنش‌های ثبت‌شده و ضرایب نرمی محاسبه شده، معین می‌شوند. هر عضو از ماتریس نرمی،  $C_{ij}$ ، برابر با کرنش ثبت‌شده به وسیله کرنش‌سنج در حالتی است که در شیار با عمق  $a_i$  تنش پسماند برشی برابر با  $Q_j(x)$  باشد:

$$C_{ij} = \varepsilon(a = a_i, \tau(x) = Q_j(x)) \quad (30)$$

جدول ۲ - خواص لایه تک‌جهتی کامپوزیت کربن - اپوکسی استفاده شده در آزمون شیارزنی.

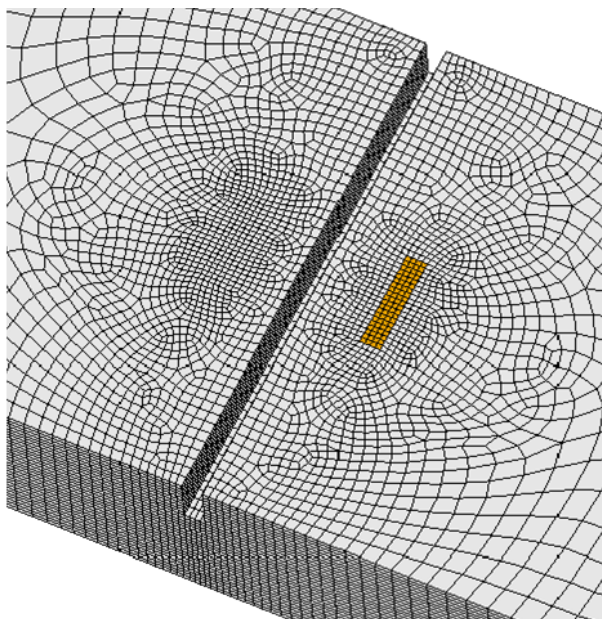
$E_x$ (GPa)	$G_{xy}$ (GPa)	$E_y$ (GPa)	$\nu_{xy}$
۱۰۴/۶	۳/۸	۷/۵	۰/۳۱



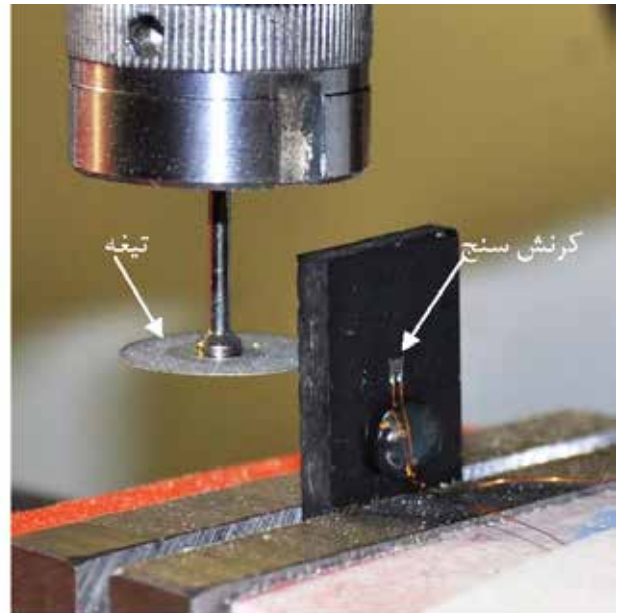
شکل ۱۷- آزادسازی تنش‌های پسماند کششی در سطح سبب بازشدن دهانه شیار شده است.

ضرایب نرمی به کمک میکروسکوپ معین شد. شکل ۱۷ سطح مقطع شیار را نشان می‌دهد. مطابق این شکل، آزادسازی تنش‌های پسماند کششی در سطح سبب بازشدن دهانه شیار شده است. ضرایب نرمی با استفاده از روش اجزای محدود و به کمک مدل نشان داده شده در شکل ۱۸ محاسبه شد. این مدل مربوط به کرنش سنج بالایی است. مدل‌سازی به کمک اجزای Solid46 انجام شد.

جدول ۳، مقادیر کرنش‌های ثبت شده به وسیله کرنش سنج پستی، کرنش سنج‌های بالایی و نیز میانگین کرنش سنج‌های بالایی را نشان می‌دهد. کرنش‌های ثبت شده به وسیله کرنش سنج‌های بالایی اختلاف قابل توجهی را نشان می‌دهند که نمایانگر آزادی مقادیر قابل توجه



شکل ۱۸- مدل اجزای محدود استفاده شده در محاسبه ضرایب نرمی.

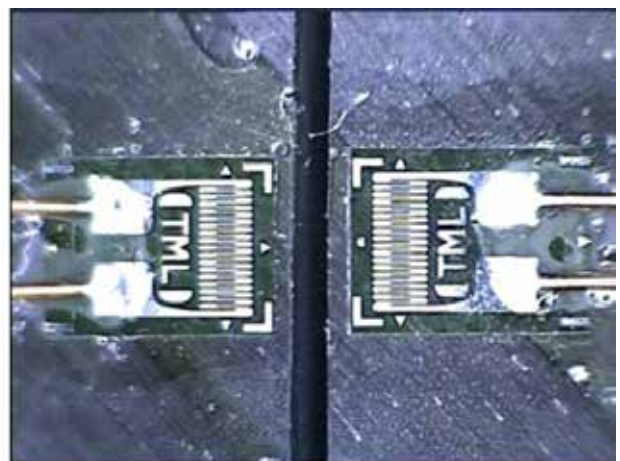


شکل ۱۵- نحوه انجام آزمون شیارزنی با استفاده از کرنش سنج پستی.

کوچک‌تر باشد، مقدار کرنش ثبت شده بیشتر می‌شود و در نتیجه خطای ناشی از اندازه‌گیری کرنش کاهش می‌یابد. کرنش سنج انتخابی برای این آزمون دارای طول گیج  $0.3 \text{ mm}$  بوده و کوچکترین کرنش سنج ساخت شرکت TML است.

ضخامت کامپوزیت‌های ساخته شده  $4/8 \text{ mm}$  بود، بنابراین ضخامت هر لایه برابر با  $0.3 \text{ mm}$  بود. شیار به کمک دستگاه فرز CNC و با استفاده از تیغه اره به قطر  $2 \text{ mm}$  و ضخامت  $0.2 \text{ mm}$  ایجاد شد. عمق نهایی شیار  $1/2 \text{ mm}$  و مقدار پیشروی شیار هر مرحله  $0.3 \text{ mm}$  (برابرضخامت هر لایه) در نظر گرفته شد.

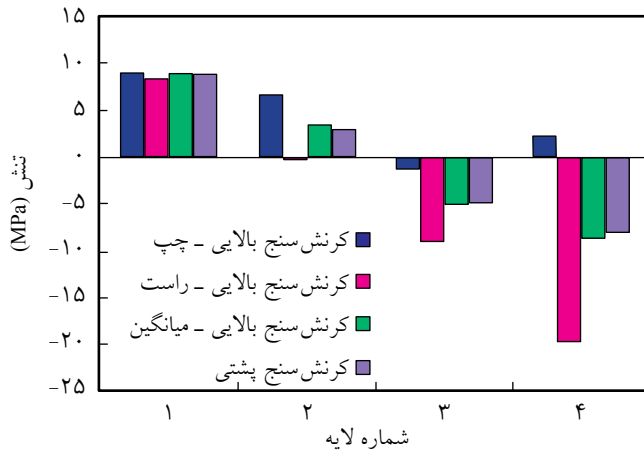
پس از انجام آزمون شیارزنی ابعاد مورد نیاز قطعه در محاسبه



شکل ۱۶- موقعیت نسبی کرنش سنج‌ها و شیار در آزمون شیارزنی با استفاده از دو کرنش سنج بالایی.

جدول ۳- مقادیر کرنش‌های ثبت شده.

عمق (mm)	کرنش سنج پستی (με)	کرنش سنج بالایی، چپ (με)	کرنش سنج بالایی، راست (με)
۰	۰	۰	۰
۰/۳	-۲۴	-۱۴۲	-۱۳۰
۰/۶	-۶۰	-۳۲۴	-۲۲۴
۰/۹	-۷۸	-۴۱۶	-۲۱۲
۱/۲	-۷۲	-۴۷۰	-۱۴۸



شکل ۱۹- مقادیر تنش‌های ثبت شده در آزمون‌های مختلف شیارزنی.

برای بررسی اثر تنش‌های پسماند برشی بر کرنش‌های ثبت شده روش شیارزنی ابتدا باید توزیع خاصی را برای این تنش‌ها با توجه به شرایط مرزی و معادله‌های تعادل در نظر گرفت. همچنین، برای اینکه نتایج به دست آمده برای مؤلفه‌های مختلف تنش‌های پسماند قابل مقایسه باشند، بهتر است توزیع‌های در نظر گرفته شده برای این تنش‌ها دارای منتجه و مقدار بیشینه یکسانی باشند. با توجه به این شرایط برای هر یک از مؤلفه‌های تنش پسماند توزیع خاصی در نظر گرفته شد. با اعمال این تنش‌ها به جداره شیار یک مدل اجزای محدود، توزیع کرنش در دو سمت شیار معین و مشخص شد که اثر تنش‌های برشی صرف نظر کردنی نیست. همچنین مطابق نتایج شبیه‌سازی، کرنش‌های ناشی از تنش‌های پسماند عمودی به شکل متقارن و کرنش‌های ناشی از تنش‌های پسماند برشی به شکل پادمقارن در دو سمت شیار آزاد می‌شوند. از این نکته می‌توان برای تفکیک کرنش‌های ناشی از تنش‌های عمودی و برشی از یکدیگر استفاده کرد. این کار با نصب دو کرنش‌سنج در فواصل مساوی از دو سمت شیار انجام می‌شود. اگر این دو کرنش‌سنج مقادیر متفاوتی را نشان دهند، نمایانگر آزاد شدن مقادیر قابل توجهی تنش‌های برشی است. کرنش‌های ناشی از تنش‌های عمودی و برشی تفکیک شده و با توجه به معادلات مربوط، توزیع هر یک از این تنش‌ها جداگانه به دست می‌آید. صحت نتایج شبیه‌سازی با انجام آزمون شیارزنی روی نمونه‌های کامپوزیتی با چیدمان زاویه‌دار (angle-ply) به اثبات رسید.

## مراجع

1. Gascoigne H.E., Residual Surface Stresses in Laminated Cross-ply Fiber-Epoxy Composite Materials, *Exp. Mech.*,

تنش‌های پسماند برشی است.

شکل ۱۹، تنش‌های محاسبه شده به کمک کرنش‌های ثبت شده به وسیله کرنش‌سنج پستی، کرنش‌سنج‌های بالایی و نیز میانگین کرنش‌سنج‌های بالایی را نشان می‌دهد. در لایه اول، تنش‌های محاسبه شده به وسیله دو کرنش‌سنج بالایی انطباق خوبی را نشان می‌دهند. اما، با افزایش عمق به تدریج فاصله این دو تنش افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش عمق، نتایج مربوط به هر یک از دو کرنش‌سنج بالایی فاصله بیشتری از نتایج مربوط به کرنش‌سنج پستی می‌گیرد. این موضوع نشان می‌دهد در عمق‌های بیشتر، مقدار تنش‌های برشی و متعاقب آن اثر آنها بر کرنش‌های ثبت شده بیشتر می‌شود.

مطابق شکل ۱۹، نتایج کرنش‌سنج پستی با نتایج میانگین کرنش‌سنج‌های بالایی انطباق خوبی را نشان می‌دهد که نشان‌دهنده درستی نتایج شبیه‌سازی مبنی بر اثر قابل توجه تنش‌های پسماند برشی بر مقادیر کرنش ثبت شده به وسیله کرنش‌سنج‌های بالایی و نیز اثر ناچیز آنها بر مقادیر کرنش ثبت شده به وسیله کرنش‌سنج‌های پستی است. همچنین درستی دیگر نتیجه به دست آمده مبنی بر اثر یکسان تنش‌های عمودی و اثر متضاد تنش‌های برشی در کرنش‌های ثبت شده در دو سمت شیار به اثبات رسید.

## نتیجه‌گیری

در این پژوهش، اثر تنش‌های پسماند برشی آزاد شده در روش شیارزنی بر کرنش‌های ثبت شده به وسیله کرنش‌سنج بررسی شد.

34, 27–36, 1994.

2. Cheng W. and Finnie I., A Method for Measurement of

- Axisymmetric Residual Stresses in Circumferentially Welded Thin-Walled Cylinders, *J. Eng. Mater. Technol.*, **107**, 181-185, 1985.
3. Cheng W. and Finnie I., Measurement of Residual Hoop Stress in Cylinders Using the Compliance Method, *J. Eng. Mater. Technol.*, **108**, 87-92, 1986.
  4. Kang K.J., Song J.H., and Earmme Y.Y., A Method for the Measurement of Residual Stresses Using a Fracture Mechanics Approach, *J. Strain. Anal. Eng. Des.*, **24**, 23-30, 1989.
  5. Hill M.R. and Lin W.Y., Residual Stress Measurement in a Ceramic-metallic Graded Material, *J. Eng. Mater. Technol.*, **124**, 185-191, 2002.
  6. Prime M.B. and Hill M.R., Measurement of Fiber-scale Residual Stress Variation in a Metal-matrix Composite, *J. Compos. Mater.*, **38**, 2079-2095, 2004.
  7. Ersoy N. and Vardar O., Measurement of Residual Stresses in Layered Composites by Compliance Method, *J. Compos. Mater.*, **34**, 575-598, 2000.
  8. Prime M.B., Residual Stress Measurement by Successive Extension of a Slot: the Crack Compliance Method, *J. Appl. Mech.*, **52**, 75-96, 1999.
  9. Schajer G.S., Residual Stresses: Measurement by Destructive Testing, *Encyclopedia of Materials: Science and Technology*, Elsevier, 8152-8158, 2001.
  10. Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage Method, Annual Book of ASTM Standard, E837-08, West Conshohocken, 2008.
  11. Schajer G.S. and Prime M.B., Use of Inverse Solutions for Residual Stress Measurements, *J. Eng. Mater. Technol.*, **128**, 375-382, 2006.
  12. Lee M.J. and Hill M.R., Effect of Strain Gage Length When Determining Residual Stress by Slitting, *J. Eng. Mater. Technol.*, **129**, 375-382, 2007.
  13. ANSYS Help System, Analysis Guide and Theory Reference, Ver. 12.
  14. Hosseinzadeh F., Bouchard P.J., and James J.A., Measurements of Residual Stress in a Welded Compact Tension Specimen Using the Neutron Diffraction and Slitting Techniques, *Mater. Sci. Forum*, **652**, 210-215, 2010.
  15. Cheng W. and Finnie I., *Residual Stress Measurement and the Slitting Method*, Springer, USA, 9-18, 2007.