

# Influence of Physical, Thermal and Mechanical Parameters on Micro Residual Stresses in Polymeric Composites

Mamhmoood M. Shokrieh\* and Majid Safarabadi

Composites Research Laboratory, Center of Excellence in Experimental Solid Mechanics and Dynamics, School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, P.O. Box: 16846-13114, Tehran, Iran

Received 9 May 2011, accepted 27 December 2011

## ABSTRACT

The effects of physical, thermal and mechanical parameters on curing micro-thermal residual stresses are studied, based on the energy method, to present a theoretical solution for prediction of residual stress fields. A finite element analysis is developed to compare the theoretical and numerical results together. There is found to be a good agreement between the results of the two methods. However, due to the edge effect, the finite element method is not able to satisfy the boundary conditions at the composite ends. An increase in the fiber length leads to a significant increase in axial and shear stresses. In addition, for long fiber composites the axial and shear residual stresses distribution become more uniform along the fiber length and suddenly decrease to zero at the composite edge. The results of the two methods demonstrate that besides the physical characteristics of composites, the order of mismatch in thermal and mechanical properties of the fiber and matrix has a considerable influence on the axial and shear residual stress fields. It must be noted that the radial stress distribution is approximately independent of these parameters and only its maximum value is changed at fiber end. The presented analytical solution not only satisfies all governing boundary conditions, but also yields the residual stress fields according to longitudinal and radial coordinates. A shear stress concentration occurs at vicinity of composite edge that significantly intensifies due to increasing the mismatch in thermal and elastic properties of the fiber and matrix. High mismatch in coefficient of the thermal expansion and Young's modulus of the fiber and matrix causes a substantial increase in the axial and shear stresses, while the difference between the Poisson's ratios of the composite constituents has not any significant effect on the residual stress field.

### Key Words:

residual stress,  
physical parameters,  
thermal and mechanical  
parameters,  
micromechanics,  
composite

(\*)To whom correspondence should be addressed.

E-mail: [shokrieh@iust.ac.ir](mailto:shokrieh@iust.ac.ir)

# بررسی اثر پارامترهای فیزیکی، گرمایی و مکانیکی بر تنش‌های پسماند میکرو در کامپوزیت‌های پلیمری

مجله علوم و تکنولوژی پلیمر،  
سال بیست و چهارم، شماره ۵،  
صفحه ۳۴۸-۳۵۵، ۱۳۹۰  
ISSN: 1016-3255

محمود مهرداد شکریه\*، مجید صفرآبادی

تهران، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی مکانیک، قطب علمی مکانیک جامدات تجربی و دینامیک،  
آزمایشگاه تحقیقاتی کامپوزیت، صندوق پستی ۱۳۱۱۴-۱۶۸۴۶

دریافت: ۹۰/۲/۱۹، پذیرش: ۹۰/۱۰/۶

## چکیده

در این پژوهش، اثر پارامترهای فیزیکی، گرمایی و مکانیکی بر تنش‌های پسماند گرمایی ناشی از پخت در مقیاس میکرومکانیک بررسی شده است. بدین منظور، ابتدا بر اساس روش انرژی یک حل نظری برای تعیین میدان تنش پسماند ارائه شده است. در ادامه پس از انجام تحلیل اجزای محدود، نتایج دو روش نظری و عددی مقایسه شده‌اند. نتایج مقایسه نشان می‌دهد، تطابق مناسبی بین نتایج دو روش وجود دارد. اما به دلیل وجود اثر لبه، روش اجزای محدود قابلیت برقراری شرط مرزی را در دو لبه کامپوزیت (انتهای تکرشته) ندارد. با افزایش طول تکرشته، مقدار تنش محوری در تکرشته و تنش‌های برشی افزایش می‌یابد. هم‌چنین، برای کامپوزیت‌های با الیاف بلند توزیع تنش‌های پسماند محوری و برشی در طول تکرشته یکنواخت‌تر می‌شود و به طور ناگهانی در لبه کامپوزیت به صفر کاهش می‌یابد. نتایج هر دو روش نشان می‌دهد، افزون بر مشخصات فیزیکی کامپوزیت، مقدار عدم تطابق در خواص گرمایی و مکانیکی تکرشته و ماتریس نیز اثر قابل ملاحظه‌ای بر میدان تنش‌های پسماند محوری و برشی بین‌وجهی دارد. ذکر این مسئله حایز اهمیت است که توزیع تنش شعاعی تقریباً مستقل از عوامل گفته شده است و تنها مقدار بیشینه آن در انتهای الیاف به طور قابل ملاحظه تغییر می‌کند. حل تحلیلی ارائه شده ضمن برآورده کردن تمام شرایط مرزی حاکم بر مسئله، منجر به حصول میدان تنش پسماند به عنوان تابعی از مختصات طولی و شعاعی می‌شود. یک تمرکز تنش پسماند برشی در نزدیکی لبه کامپوزیت مشاهده می‌شود که مقدار آن با افزایش عدم تطابق در خواص گرمایی و کشسانی تکرشته و ماتریس به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. افزایش عدم تطابق در ضرایب انبساط گرمایی و مدول کشسانی تکرشته و رزین، منجر به افزایش قابل ملاحظه تنش‌های پسماند محوری و برشی می‌شود، حال آن که عدم تطابق در ضرایب پواسون اجزای اصلی کامپوزیت بر میدان تنش‌های پسماند، تقریباً بی‌اثر است.

## واژه‌های کلیدی

تنش پسماند،  
پارامترهای فیزیکی،  
پارامترهای گرمایی و مکانیکی،  
میکرومکانیک،  
کامپوزیت

\* مسئول مکاتبات، پیام‌نگار:  
[shokrieh@iust.ac.ir](mailto:shokrieh@iust.ac.ir)

## مقدمه

تنش‌های پسماند، تنش‌هایی خودمتعادلی هستند که داخل قطعه محبوس می‌شوند. هنگامی که قطعه زیر هیچ نوع بار خارجی نیست، بخشی از مقاومت آن صرف غلبه بر این تنش‌ها می‌شود. در کامپوزیت‌های پایه پلیمر، پس از اتمام فرایند پخت، در اثر کاهش دما از دمای پخت به دمای محیط، تنش پسماند در قطعه، به دلیل عدم تطابق در ضرایب انبساط گرمایی تکرشسته و ماتریس، به وجود می‌آید. این نوع ایجاد تنش پسماند در تمام کامپوزیت‌های پلیمری، به دلیل ساختار ناهمگن وجود دارد [۱]. این تنش‌ها می‌توانند اثر منفی بر خواص مکانیکی کامپوزیت داشته باشند. برای مثال، تنش‌ها می‌توانند سبب بروز ترک در ماتریس، کاهش مقاومت برشی در وجه مشترک تکرشسته و رزین و نیز افزایش احتمال کمانش محلی در تکرشسته شوند [۲]. معمولاً در طراحی سازه‌های کامپوزیت از نقش این تنش‌ها صرف‌نظر می‌شود که می‌تواند به پیش‌بینی نادرست خواص مکانیکی و رفتار سازه در برابر بارهای خارجی منجر شود [۳].

روش‌های تحلیلی متنوعی برای پیش‌بینی تنش‌های پسماند میکرو در کامپوزیت‌های پلیمری توسعه داده شده است. این روش‌ها شامل نظریه کشسانی [۶-۴]، نظریه مخازن زیر فشار [۷-۱۲] و روش اجزای محدود [۱۹-۱۳] هستند. در نظریه کشسانی، ابتدا یک میدان تغییر مکان فرض و سپس با استفاده از آن میدان تنش محاسبه می‌شود. در نتیجه، اگر میدان تغییر مکان فرض شده دقت مناسبی نداشته باشد، میدان تنش صحیح، قابل دست‌یابی نیست. فرض میدان جابه‌جایی با درجه بالاتر، حل مسئله را پیچیده می‌کند. استفاده از نظریه مخازن زیر فشار محدود به مسائلی از نوع کرنش صفحه‌ای است. این روش قابلیت محاسبه تنش‌های برشی در ناحیه مشترک تکرشسته و رزین را ندارد. افزون بر این، تنش‌های محوری، شعاعی و محیطی نسبت به مختصات طولی (راستای تکرشسته) ثابت فرض می‌شوند. با در نظر گرفتن فرضیه‌های مزبور، حل به دست آمده نیز از این روش برای طول تکرشسته کمتر از مقداری مشخص، قابل استفاده نیست و تمام مؤلفه‌های تنش قابل دست‌یابی نیستند. هم‌چنین، این روش قابلیت برآورده شدن شرایط مرزی را در انتهای تکرشسته ندارد.

در روش انرژی، میدان تنش (یا نیرو) به عنوان تابعی از مکان فرض می‌شود که در نهایت با استفاده از اصل حداقل انرژی پتانسیل تام، توابع تنش مجهول محاسبه می‌شوند. در نتیجه در روش انرژی، بر خلاف روش‌های پیشین، میدان تنش به طور مستقیم به دست می‌آید. در دو روش پیشین، میدان تنش بر اساس میدان جابه‌جایی فرضی به دست می‌آید که در نهایت تنش‌ها به طور غیرمستقیم محاسبه می‌شوند. افزون بر این، در روش مزبور اثر تمام پارامترهای

مؤثر لحاظ شده و محدودیت‌های موجود در روش‌های پیشین وجود ندارد. به عنوان مثال، این روش برای تمام طول تکرشسته (کوتاه و بلند) قابل استفاده است. استفاده از این روش منجر به حصول تمام مؤلفه‌های تنش پسماند می‌شود. تنها فرض محدودکننده در مدل ارائه شده در این مقاله، فرضیه تقارن محوری بودن مسئله است. این فرض برای الیافی که در لبه کامپوزیت تک‌لایه وجود دارند، صادق نیست. زیرا، این الیاف از یک طرف با الیاف مجاور خود درون کامپوزیت تعامل دارند. از سوی دیگر، به سبب قرارگیری در لبه دارای سطح آزاد عاری از تنش هستند. اما، به دلیل آن که تعداد این الیاف در مقایسه با سایر الیاف تک‌لایه (که تقارن محوری دارند) بسیار کم است، فرض تقارن محوری، قابل قبول خواهد بود.

در این مقاله با تکیه بر روش انرژی، یک حل نظری برای پیش‌بینی تنش‌های پسماند میکرومکانیک ناشی از پخت در کامپوزیت‌های پلیمری ارائه شده و اثر پارامترهای مؤثر بر میدان تنش پسماند بررسی شده است. بدین منظور، ابتدا یک تابع تنش ایری در نظر گرفته شده و در ادامه با نوشتن معادلات تعادل و هم‌چنین، اعمال معادلات پیوستگی و شرایط مرزی، تمام مؤلفه‌های تنش پسماند هر یک از دو فاز تکرشسته و ماتریس به عنوان تابعی از تابع تنش مفروض حاصل شده است. تشکیل انرژی کرنشی سامانه و استفاده از اصل حداقل انرژی پتانسیل تام، منجر به حصول تابع تنش مجهول (و به تبع آن میدان تنش پسماند) خواهد شد. در نهایت، اثر پارامترهای مؤثر بر میدان تنش پسماند بررسی شده و نتایج حاصل با نتایج تحلیل اجزای محدود مقایسه شده است. این مقایسه بیانگر تطابق مناسب نتایج حاصل از هر دو روش است. حل تحلیلی ارائه شده بر اساس روش انرژی منجر به نتایج جدید می‌شود. از جمله این نتایج می‌توان به توزیع تنش‌های پسماند تابعی از مکان، ملاحظه اثر پارامترهای فیزیکی چون طول الیاف و درصد حجمی آن و هم‌چنین حصول تنش برشی پسماند و مشاهده تمرکز مربوط در نزدیکی لبه و آثار لبه اشاره کرد. در حالی که مطالعات پیشین بر اساس نظریه کشسانی و نظریه کرنش صفحه‌ای قادر به در نظر گرفتن چنین مسئله‌ای نیست. افزون بر این، حل بر پایه روش انرژی برای تمام کامپوزیت‌های دارای الیاف با طول بلند و کوتاه قابل استفاده است.

## حل تحلیلی بر اساس روش انرژی

جزء حجمی معرف، شامل دو فاز تکرشسته و ماتریس است که به شکل دو استوانه هم‌مرکز در نظر گرفته شده است (شکل ۱). سامانه مختصات استوانه‌ای  $(r, \theta, z)$  برای حل مسئله در نظر گرفته شده به طوری که راستای محور  $z$  منطبق بر راستای طولی تکرشسته است.

در نتیجه:

$$\sigma_{zz}^j = \left( \frac{d^2 f_i}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{df_i}{dr} \right) g_i(z) \quad (7)$$

$$\tau_{rz}^j = - \frac{df_i}{dr} \frac{dg_i}{dz} \quad (8)$$

$$\sigma_{\theta\theta}^j = \sigma_{rr}^j = f_i(r) \frac{d^2 g_i}{dz^2} + \frac{d^2 h_i}{dz^2} \quad (9)$$

به دلیل وجود سطح عاری از تنش در مرزهای جزء حجمی مورد نظر و نیز پیوستگی تنش شعاعی در سطح مشترک تکرشته و ماتریس، تعداد توابع مجهول  $f_n(r)$  کاهش می‌یابد. بیشینه تنش محوری در صفحه تقارن واقع در مبدأ مختصات اتفاق می‌افتد و تنش محوری در دو انتها برابر با صفر است. در نتیجه توابع مجهول  $f_n(r)$  می‌توانند به عنوان ثابت  $A$  در نظر گرفته شوند [۲۰]. بنابراین تنش محوری در ماتریس به شکل زیر است:

$$\sigma_{zz}^f = Ag_1(z) \quad (10)$$

با در نظر گرفتن معادله‌های تعادل (معادله‌های ۳ و ۲):

$$\tau_{rz}^f = - \frac{Ar}{2} \frac{dg_1}{dz} \quad (11)$$

$$\sigma_{\theta\theta}^f = \sigma_{rr}^f = \frac{Ar^2}{4} \frac{d^2 g_1}{dz^2} + A_1(z) \quad (12)$$

از سوی دیگر، با در نظر گرفتن معادله تعادل در راستای محوری:

$$\sigma_{zz}^f V_f + \sigma_{zz}^m V_m = 0 \quad (13)$$

در نتیجه تنش محوری در ماتریس به شکل زیر خواهد بود:

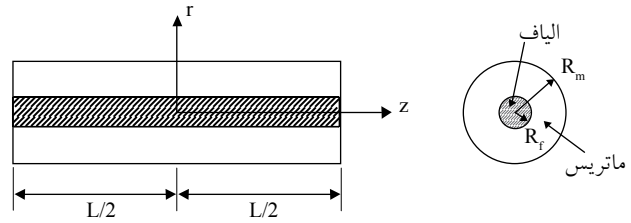
$$\sigma_{zz}^m = -\gamma Ag_1(z) \quad (14)$$

$$\gamma = \frac{R_f^2}{R_m^2 - R_f^2} \quad \text{جایی که:}$$

با در نظر گرفتن معادله‌های تعادل تنش‌های برشی و شعاعی در ماتریس به شکل زیر است:

$$\tau_{rz}^m = \frac{\gamma A}{2r} (r^2 - R_m^2) \frac{dg_1}{dz} \quad (15)$$

$$\sigma_{\theta\theta}^m = \sigma_{rr}^m = \frac{-\gamma A}{4} \frac{d^2 g_1}{dz^2} (r^2 - 2R_m^2 \ln r) + A_2(z) \quad (16)$$



شکل ۱ - جزء حجمی معرف برای پیش‌بینی میدان تنش پسماند.

شعاع تکرشته و ماتریس به ترتیب  $R_m$  و  $R_f$  است و فرض می‌شود، مجموعه تحت تاثیر کاهش دما از دمای پخت به دمای محیط قرار می‌گیرد. همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، حین سرد شدن به دلیل عدم تطابق در ضرایب انبساط گرمایی تکرشته و رزین، در قطعه تنش پسماند به وجود می‌آید. این تنش‌ها بر خواص مکانیکی و رفتار کامپوزیت در برابر بارهای وارد شده مؤثرند. بنابراین، هدف از این مقاله بررسی مقدار اثر پارامترهای مؤثر بر میدان تنش پسماند است. مسئله مورد نظر از نوع تقارن محوری است و در مبدأ مختصات (شکل ۱) یک صفحه شعاعی متقارن، عمود بر راستای محوری وجود دارد.

در سامانه مختصات استوانه‌ای، برای یک مسئله تقارن محوری، توابع تنش ایری به شکل زیر هستند:

$$\phi_j(r, z) = f_n(r) \cdot g_n(z) + h_i(z) \quad n = 1, 2 \quad (1)$$

جایی که  $j = f, m$  به ترتیب به تکرشته و ماتریس برمی‌گردد.  $f_n(r)$  و  $g_n(z)$  نیز توابعی از مختصات شعاعی و محوری هستند. معادلات تعادل عبارتند از:

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0 \quad (3)$$

هم‌چنین، مؤلفه‌های تنش بر حسب تابع تنش فرضی به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$\sigma_{zz} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (4)$$

$$\tau_{rz} = - \frac{\partial^2 \phi}{\partial r \partial z} \quad (5)$$

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \quad (6)$$

بارهای خارجی است. از آن جا که مجموعه مورد نظر زیر هیچ نوع بار خارجی قرار ندارد  $U^*=0$ . بنابراین:

$$\Pi = \iiint_V \left( \frac{1}{2} \sigma_{zz}^j \varepsilon_{zz}^j + \frac{1}{2} \sigma_{rr}^j \varepsilon_{rr}^j + \frac{1}{2} \sigma_{\theta\theta}^j \varepsilon_{\theta\theta}^j + \tau_{rz}^j \varepsilon_{rz}^j \right) r dr d\theta dz \quad (25)$$

با انتگرال‌گیری نسبت به  $r$ ،  $\theta$  تابعی بر حسب ثابت  $A$ ، تابع مجهول  $g_1(z)$  و مشتقات آن به شکل معادله (26) حاصل می‌شود:

$$\Pi = 2\pi \int_{-L/2}^{L/2} F[A, g_1(z), g_1'(z), g_1''(z)] dz \quad (26)$$

با استفاده از معادله اولر-لاگرانژ در حساب تغییرات، انرژی کرنشی زمانی حداقل خواهد بود که:

$$-\frac{d^2}{dz^2} \left( \frac{\partial F}{\partial g_1''(z)} \right) + \frac{d}{dz} \left( \frac{\partial F}{\partial g_1'(z)} \right) - \frac{\partial F}{\partial g_1(z)} = 0 \quad (27)$$

با اعمال معادله (27)، یک معادله دیفرانسیل معمولی مرتبه چهار بر حسب  $g_1(z)$  حاصل می‌شود:

$$B_1 \frac{d^4 g_1(z)}{dz^4} + B_2 \frac{d^2 g_1(z)}{dz^2} + B_3 g_1(z) + \frac{B_4}{A} = 0 \quad (28)$$

در حل معادله (28) چهار ثابت مجهول ظاهر می‌شوند که با اعمال چهار شرط مرزی در معادله (19) قابل محاسبه هستند. اما، هنوز ثابت  $A$  به عنوان یک مجهول وجود دارد. با جای‌گزینی تابع  $g_1(z)$  حاصل از حل معادله (28) و جای‌گذاری آن در معادله (26)، با حداقل‌سازی انرژی کرنشی نسبت به ثابت  $A$ ، این مجهول نیز به دست می‌آید. اکنون تابع تنش مجهول حاصل شده و میدان تنش پسماند میکرو به طور کامل قابل بیان است. پیش از توصیف مدل اجزای محدود و مقایسه نتایج دو روش، در بخش بعد طول مناسب برای جزء حجمی معرف معین شد.

### تعیین طول مناسب برای جزء حجمی معرف و بررسی اثر طول تکرار شده

از آن جا که حل ارائه شده برای جزء حجمی معرف با طول بلند ارائه شده است، باید در ابتدا حداقل طول تکرار شده‌ای معین شود که مناسب کامپوزیتی با الیاف بلند باشد. در کامپوزیت‌های دارای تکرار شده با طول کوتاه، بارهای خارجی به طور مستقیم به تکرار شده وارد نمی‌شود، بلکه این بارها ابتدا به ماتریس وارد شده و سپس از راه آن به شکل یک بار برشی به تکرار شده انتقال می‌یابد. در حالی که در کامپوزیت‌های دارای الیاف با طول بلند بار به طور مستقیم و به

از آن جا که تنش شعاعی در شعاع خارجی ماتریس برابر با صفر است [21] و تنش‌های شعاعی در سطح مشترک تکرار شده و ماتریس پیوسته هستند [22]، می‌توان ثابت‌های  $A_1(z)$  و  $A_2(z)$  را با معادله‌های (17) و (18) محاسبه کرد:

$$A_1(z) = -\frac{A}{2} \gamma R_m^2 \ln(R_m / R_f) \frac{d^2 g_1}{dz^2} \quad (17)$$

$$A_2(z) = \frac{\gamma A}{4} (R_m^2 - 2R_m^2 \ln R_m) \frac{d^2 g_1}{dz^2} \quad (18)$$

هم‌چنین به دلیل وجود صفحه تقارن در مبدأ مختصات، تنش‌های محوری تکرار شده و ماتریس در صفحه میانی، بیشینه تنش برشی بین‌وجهی برابر با صفر است. در دو لبه کامپوزیت نیز تنش‌های محوری و برشی صفر هستند [20]:

$$g_1(0) = 1, \quad \frac{dg_1(0)}{dz} = 0, \quad g_1(L/2) = 0, \quad \frac{dg_1(L/2)}{dz} = 0 \quad (19)$$

### معادله‌های گرمایشی

معادله‌های تنش - کرنش برای هر یک از دو فاز در زیر آمده است:

$$\varepsilon_{zz}^j = \frac{1}{E_p^j} [\sigma_{zz}^j - \nu_p^j (\sigma_{rr}^j + \sigma_{\theta\theta}^j)] + \alpha_p^j \Delta T \quad (20)$$

$$\varepsilon_{rr}^j = \frac{1}{E_p^j} [\sigma_{rr}^j - \nu_p^j (\sigma_{zz}^j + \sigma_{\theta\theta}^j)] + \alpha_p^j \Delta T \quad (21)$$

$$\varepsilon_{\theta\theta}^j = \frac{1}{E_p^j} [\sigma_{\theta\theta}^j - \nu_p^j (\sigma_{zz}^j + \sigma_{rr}^j)] + \alpha_p^j \Delta T \quad (22)$$

$$\gamma_{rz}^j = \frac{\tau_{rz}^j}{G^j} \quad (23)$$

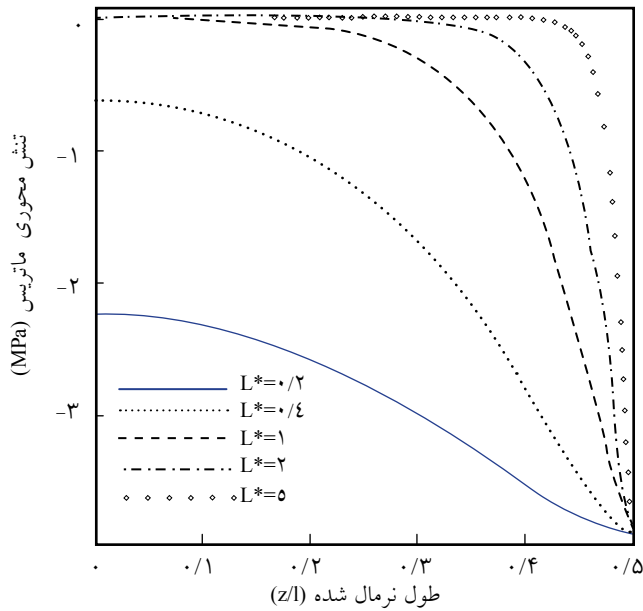
$V$ ،  $G$  و  $E$  به ترتیب ضریب پواسون، مدول برشی و مدول کشسانی هستند. اندیس  $p=[L, T]$  نیز بیانگر جهت‌های طولی و عرضی است. برخی از تکرار شده‌ها (مانند تکرار شده کربن) همسان‌گرد عرضی بوده و در دو جهت طولی و عرضی دارای خواص گرمایی و مکانیکی متفاوت هستند.

### حداقل‌سازی انرژی

در حالت کلی، انرژی تام به شکل معادله (24) نوشته می‌شود:

$$\Pi = U + U^* \quad (24)$$

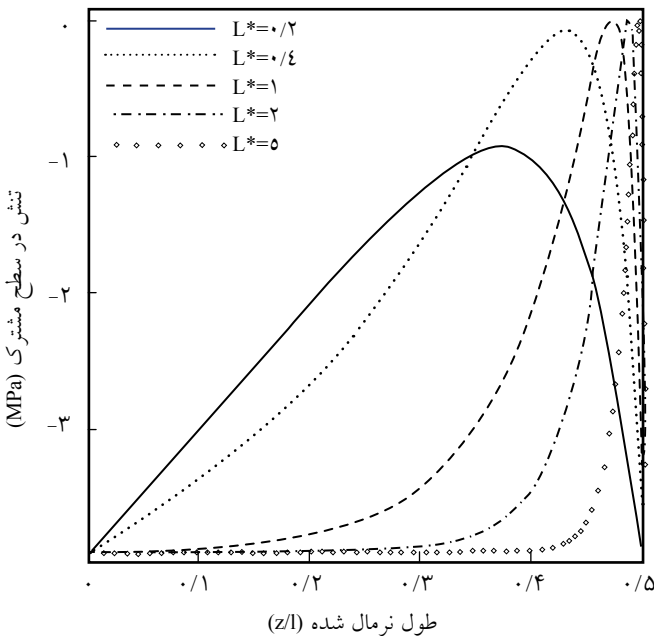
جایی که  $U$  انرژی کرنشی و  $U^*$  انرژی پتانسیل سامانه به دلیل اعمال



شکل ۳- توزیع تنش پسماند محوری ماتریس برای طول‌های متفاوت تکرشته.

برای بررسی مقدار اثر طول تکرشته، کامپوزیت شیشه - اپوکسی با خواص مندرج در جدول ۱ به عنوان یک مثال در نظر گرفته شده است. مقدار کاهش دما برابر با  $40^{\circ}\text{C}$  است.

در شکل‌های ۲ تا ۵ اثر طول تکرشته بر میدان تنش‌های پسماند برای نمونه کامپوزیت شیشه - اپوکسی نشان داده شده است. همان‌طور که شکل‌های ۲ و ۳ نشان می‌دهند، برای کامپوزیت تکرشته کوتاه،



شکل ۴- توزیع تنش پسماند برشی در سطح مشترک تکرشته - ماتریس به ازای طول‌های متفاوت تکرشته.

جدول ۱ - خواص مکانیکی و گرمایی اجزای تشکیل دهنده کامپوزیت شیشه - اپوکسی.

فاز ماده		مشخصه
الیاف	ماتریس	
۷۷	۳/۱	E (GPa)
۰/۲۵	۰/۳۴	$\nu$
۴/۸	۷۰	$\alpha (10^{-6}/^{\circ}\text{C})$

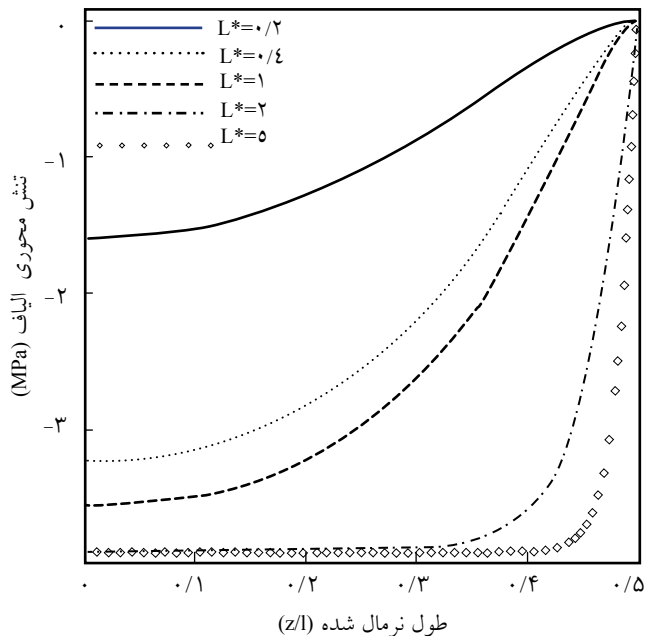
طور هم‌زمان به مجموعه الیاف و ماتریس انتقال می‌یابد. Agarwal و Broutman معادله‌ای را برای محاسبه طول بحرانی ارائه کردند [۲۳]:

$$L_{cr} = \frac{\sigma_f^u R_f}{\tau_b} \quad (29)$$

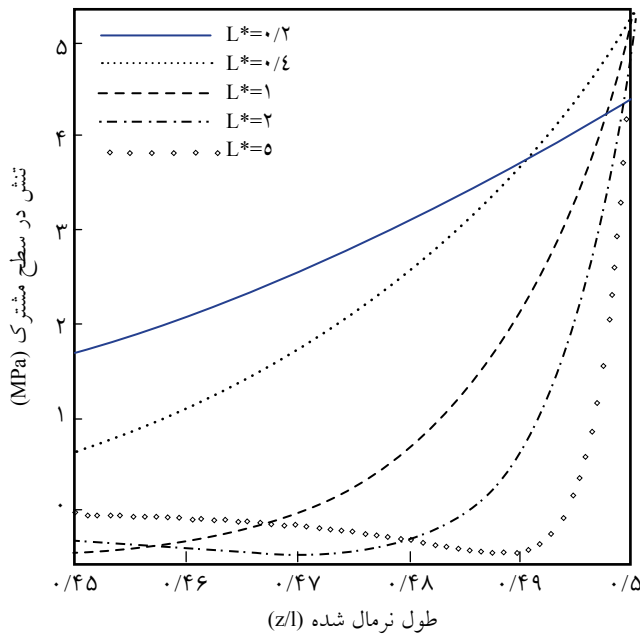
در این معادله،  $\sigma_f^u$  و  $\tau_b$  به ترتیب استحکام نهایی تکرشته و استحکام مرز مشترک تکرشته و ماتریس است.

کامپوزیت‌هایی که در آنها طول تکرشته بلندتر از طول بحرانی باشد، کامپوزیت‌های با الیاف بلند نامیده می‌شوند. در کامپوزیت‌های با الیاف کوتاه، طول تکرشته کمتر از طول بحرانی است. با تعریف یک طول بی‌بعد به شکل زیر:

$$L^* = \frac{L}{L_{cr}} \quad (30)$$



شکل ۵- توزیع تنش پسماند محوری تکرشته برای طول‌های متفاوت تکرشته.



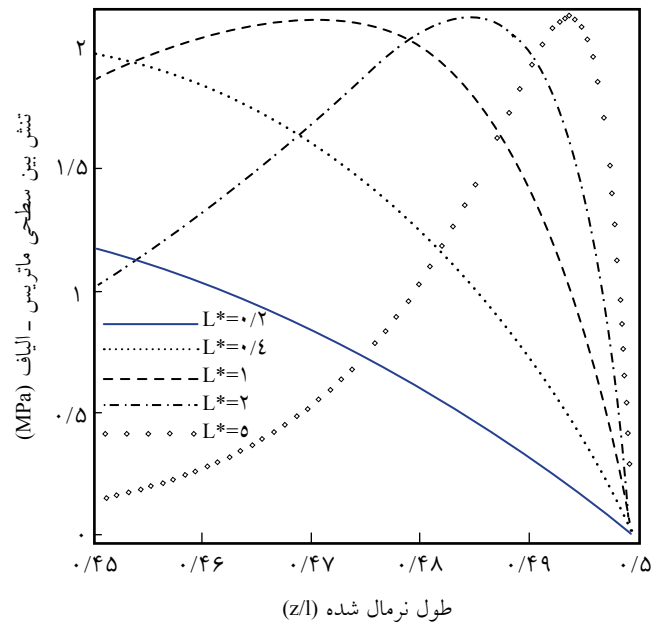
شکل ۷- جزئیات بیشتر شکل ۶ در نزدیکی لبه.

شکل‌های ۴ تا ۷ توزیع تنش برشی و شعاعی را در سطح مشترک تکرشته و ماتریس نشان می‌دهند. با افزایش طول تکرشته، مقدار تنش برشی حداکثر افزایش می‌یابد و محل آن به سمت انتهای آزاد کامپوزیت حرکت می‌کند. برای کامپوزیت‌های با طول بلند، مقدار تنش برشی در بیشتر طول کامپوزیت برابر با صفر است، اما مقدار حداکثر به مقدار قابل توجهی افزایش می‌یابد. با کمی حرکت از لبه آزاد به سمت داخل، مقدار تنش شعاعی بین‌وجهی به سرعت صفر شده و سپس منفی می‌شود. با افزایش طول تکرشته مقدار تنش شعاعی در حدود ۶۰٪ طول تکرشته صفر می‌شود، ولی دارای مقدار قابل توجهی در لبه آزاد است. در نتیجه با در نظر گرفتن نظریه کامپوزیت‌های با الیاف بلند [۲۳]، حداقل طول مناسب برای اجزای حجمی نمونه، دو برابر طول بحرانی است.

### توصیف مدل اجزای محدود

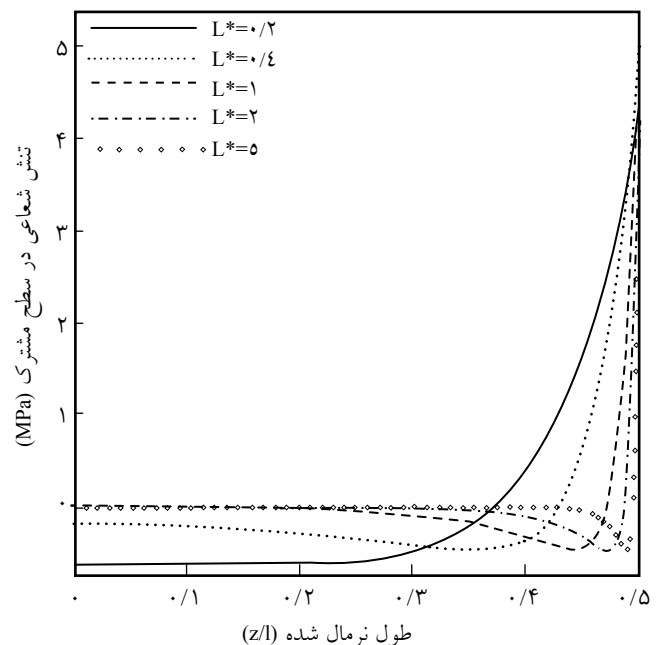
پس از تعیین حداقل طول تکرشته برای اجزای حجمی نمونه، به منظور مقایسه نتایج حاصل از روش انرژی با نتایج عددی، یک مدل اجزای محدود در نرم‌افزار ABAQUS [۲۴] در نظر گرفته شده است (شکل ۶). به دلیل تقارن در هندسه و شرایط مرزی، فقط یک‌چهارم مدل در نظر گرفته شده است.

جدول ۲ مشخصات مدل اجزای محدود را بیان می‌کند. از آن جا که مسئله از نوع تقارن محوری است، لبه‌های عمودی و افقی مدل شکل ۸ ثابت شده‌اند. به دلیل وجود صفحه تقارن در مبدأ مختصات شکل ۱ (در وسط طول اجزا) فقط نصف طول اجزا در نظر گرفته



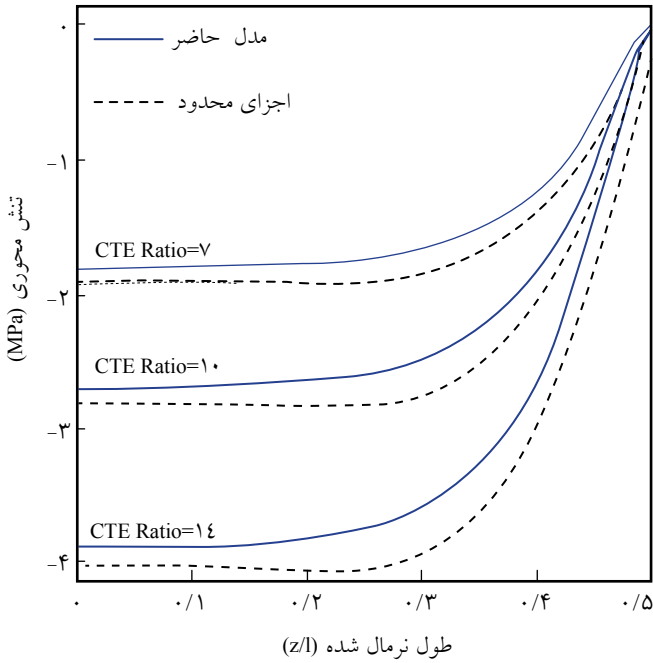
شکل ۵ - جزئیات بیشتر شکل ۴ در نزدیکی لبه.

توزیع تنش محوری در تکرشته و ماتریس در طول تکرشته نایکنواخت است. مقدار حداکثر تنش محوری نیز در وسط طول تکرشته (صفحه تقارن) اتفاق می‌افتد. تنش محوری به تدریج کاهش یافته به طوری که در انتهای آزاد به صفر می‌رسد. در کامپوزیت دارای تکرشته بلند توزیع تنش محوری در طول تکرشته یکنواخت‌تر می‌شود، ولی به طور ناگهانی در لبه آزاد به صفر می‌رسد.



شکل ۶ - توزیع تنش پسماند شعاعی در سطح مشترک تکرشته - ماتریس به ازای طول‌های متفاوت تکرشته.

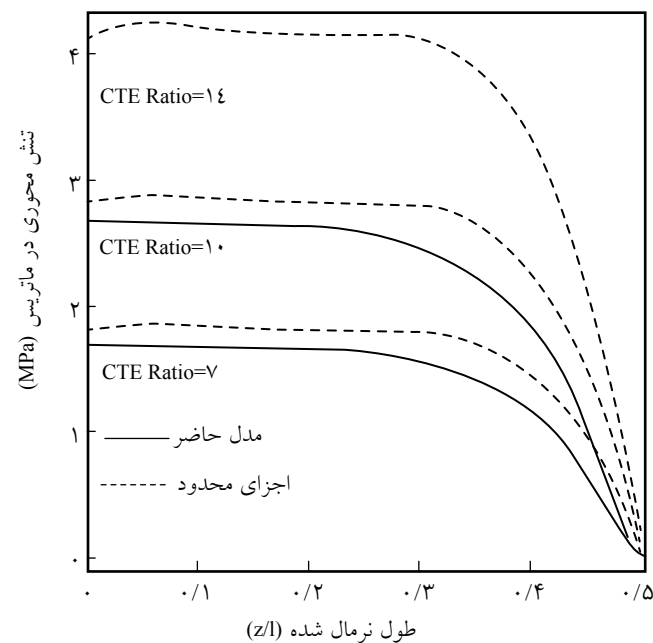




شکل ۹- توزیع تنش پسماند محوری در تک‌رشته به ازای مقادیر متفاوت نسبت ضریب انبساط گرمایی.

می‌شود. به همین دلیل یک نسبت ضریب گرمایی به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\text{CTE Ratio} = \frac{\alpha_m}{\alpha_f} \quad (31)$$



شکل ۱۰- توزیع تنش پسماند محوری در ماتریس به ازای مقادیر متفاوت نسبت ضریب انبساط گرمایی.

جدول ۲- مشخصات مدل اجزای محدود در نرم‌افزار ABAQUS.

نام اجزا	نوع اجزا	تعداد
شش و جهی خطی خط لبه	C3D8R	۴۰۹۵۰
	C3D6	۹۷۵
تعداد کل گره‌ها: ۴۴۷۶۰، تعداد کل اجزا: ۴۱۹۲۵		

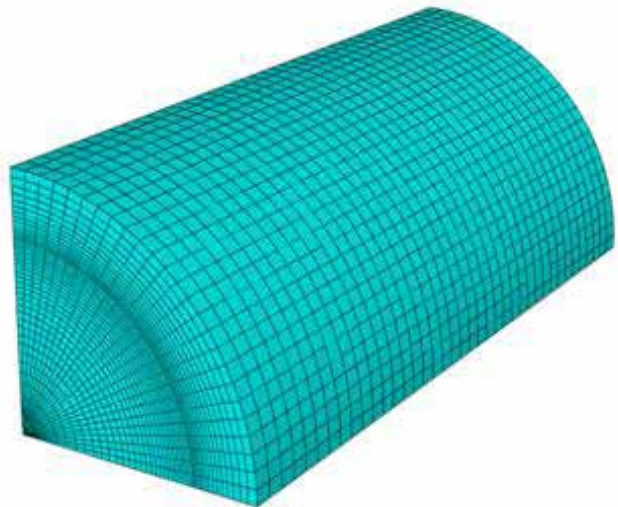
شده و این صفحه در جهت محوری مقید شده است.

## نتایج و بحث

مقدار عدم تطابق در خواص مکانیکی و گرمایی اجزای اصلی کامپوزیت نظیر ضریب انبساط گرمایی، مدول کشسانی و ضریب پواسون می‌تواند میدان تنش‌های میکرو را تحت تاثیر قرار دهد. در این بخش مقدار اثر پارامترهای گفته شده بر تنش‌های پسماند گرمایی در کامپوزیت‌های با الیاف بلند بررسی می‌شود که هدف اصلی این مقاله است.

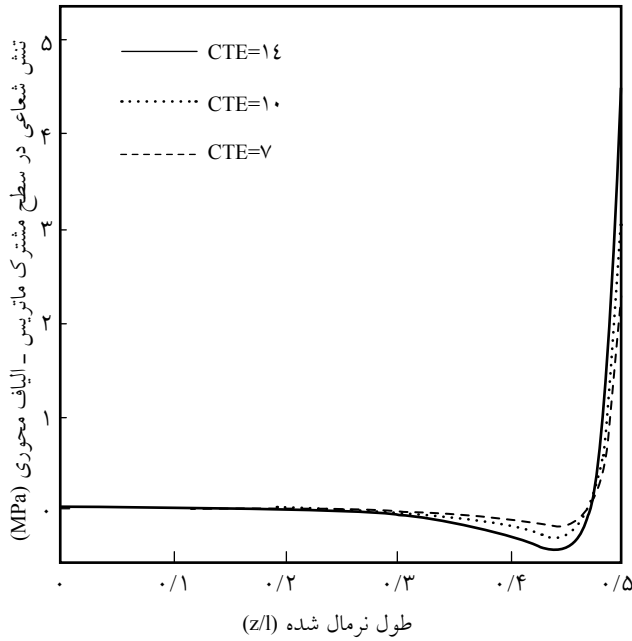
### بررسی مقدار اثر عدم تطابق در ضریب انبساط گرمایی

همان طور که قبلاً اشاره شد، تنش‌های پسماند گرمایی به دلیل عدم تطابق در ضریب انبساط گرمایی الیاف و ماتریس به وجود می‌آیند. به نظر می‌رسد، هر چه اختلاف در ضریب انبساط گرمایی تک‌رشته و ماتریس بیشتر باشد، تنش‌های پسماند دارای مقدار بزرگ‌تری باشند. در این بخش، اثر این اختلاف در میدان تنش‌های پسماند بررسی



شکل ۸- مدل اجزای محدود جزء حجمی معرف.

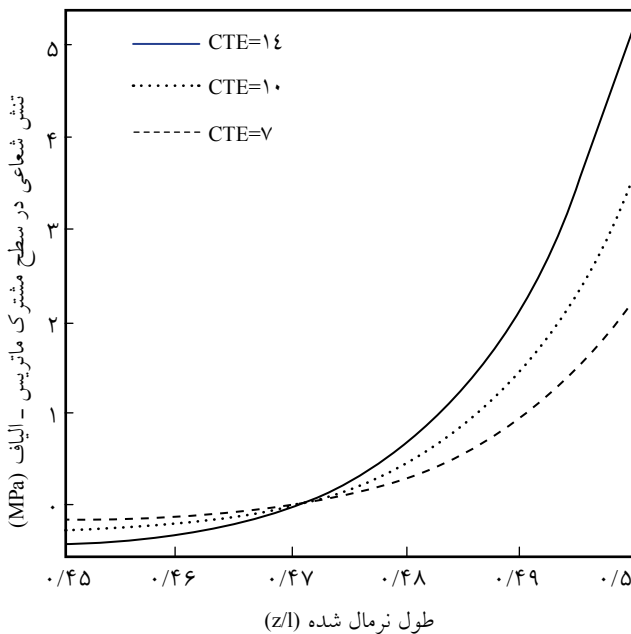




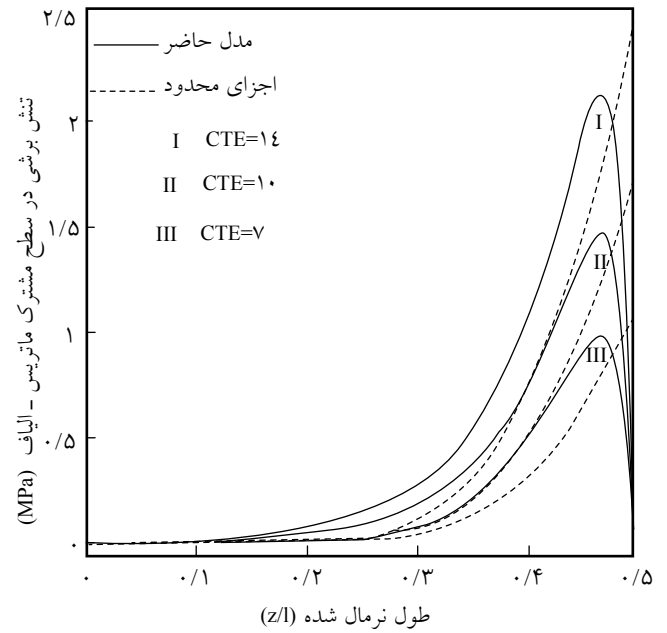
شکل ۱۳- توزیع تنش پسماند شعاعی به ازای مقادیر متفاوت نسبت ضریب انبساط گرمایی (بر اساس مدل حاضر).

مرزی تنش برشی برابر با صفر را در انتهای تکرشته ندارد. در مقایسه با روش انرژی، تحلیل اجزای محدود، تنش‌های پسماند بزرگ‌تری را نیز نتیجه می‌دهد.

نتایج هر دو روش مقدار اثر قابل ملاحظه عدم تطابق در ضریب انبساط گرمایی را بر میدان تنش محوری تکرشته و رزین و هم چنین تنش برشی بین‌وجهی به خوبی اثبات می‌کند، در حالی که این عدم

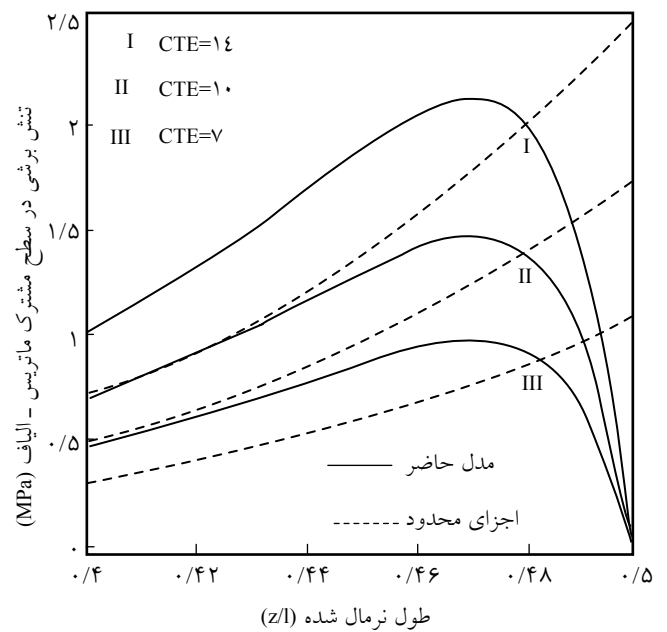


شکل ۱۴- جزئیات بیشتر شکل ۱۳ در نزدیکی لبه.



شکل ۱۱- توزیع تنش پسماند برشی بین‌وجهی به ازای مقادیر متفاوت نسبت ضریب انبساط گرمایی.

به ترتیب ضرایب انبساط گرمایی تکرشته و ماتریس هستند. شکل‌های ۹ تا ۱۴ اثر مقدار عدم تطابق در ضریب انبساط گرمایی تکرشته و ماتریس را بر میدان تنش‌های پسماند نشان می‌دهند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج روش انرژی و روش اجزای محدود، دارای تطابق مناسبی هستند، تنها با این تفاوت که به دلیل وجود اثر لبه [۲۵]، روش اجزای محدود قابلیت برآورده کردن شرط



شکل ۱۲- جزئیات بیشتر شکل ۱۱ در نزدیکی لبه.

دست آمده مقدار این تنش‌ها برای یک کامپوزیت کربن-اپوکسی چند برابر کامپوزیت شیشه-اپوکسی است.

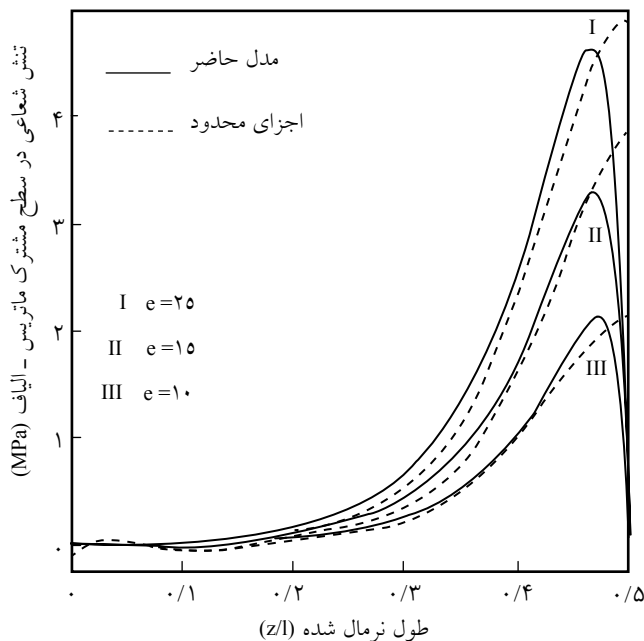
همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، عامل اصلی تشکیل تنش‌های پسماند میکرو عدم تطابق در ضریب انبساط گرمایی الیاف و ماتریس است. این عدم تطابق در کامپوزیت کربن-اپوکسی بسیار بیشتر است. در نتیجه در کامپوزیتی که عدم تطابق در خواص گرمایی الیاف و رزین قابل ملاحظه باشد، تنش‌های پسماند اثر قابل ملاحظه‌ای بر خواص استحکامی کامپوزیت خواهد داشت. به عنوان مثال، برای کامپوزیت‌های تک‌جهتی کربن-اپوکسی استحکام فشاری و برشی به مقدار قابل توجهی کاهش پیدا می‌کند، در حالی که استحکام کششی افزایش می‌یابد. در نتیجه عدم تطابق زیاد در خواص گرمایی اجزای اصلی کامپوزیت می‌تواند منجر به کم‌اندامش محلی در الیاف، برش در سطح مشترک الیاف و رزین و ایجاد ترک‌های بسیار زیاد در ماتریس شود.

### بررسی اثر مقدار عدم تطابق در مدول کشسانی

عدم تطابق در مدول کشسانی نیز می‌تواند بر توزیع تنش‌های پسماند در اجزای کامپوزیت اثر بگذارد. یک مدول کشسانی بدون بعد به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$e = \frac{E_f}{E_m} \quad (32)$$

شکل‌های ۱۵-۱۹ اثر مقدار عدم تطابق در مدول کشسانی تکرشته و



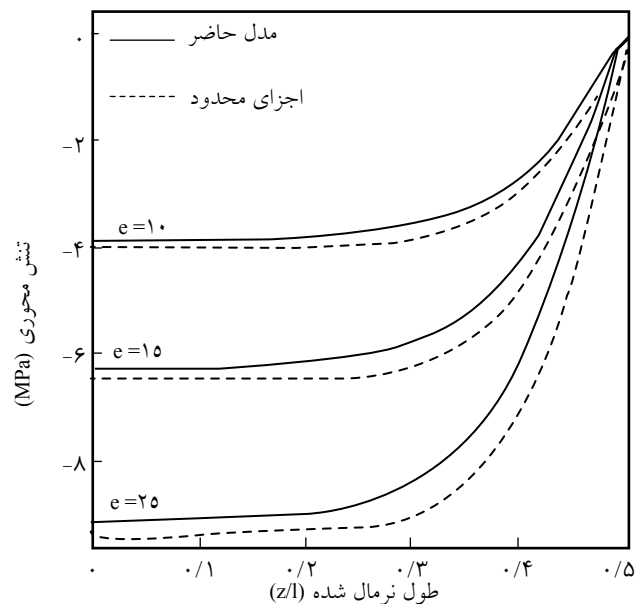
شکل ۱۶- توزیع تنش پسماند برشی بین‌وجهی به ازای مقادیر مختلف نسبت مدول کشسانی.

جدول ۳ - ضریب تمرکز تنش برشی به ازای مقادیر مختلف نسبت ضرایب گرمایی.

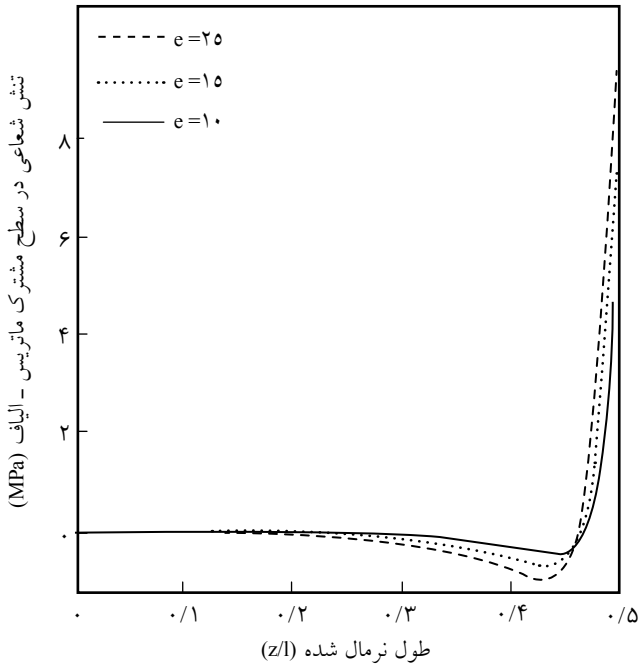
نسبت ضریب انبساط گرمایی (CTE Ratio)	۷	۱۰	۱۴
ضریب تمرکز تنش برشی بین‌وجهی	۳/۴۱	۴/۴۳	۵/۷۳

تطابق اثر چشمگیری بر میدان تنش شعاعی ندارد. با دو برابر شدن نسبت ضرایب انبساط گرمایی، مقدار تنش‌های پسماند محوری و برشی بیش از دو برابر (حدود ۲/۴ برابر) می‌شود. روش انرژی یک مقدار تنش برشی حداکثر را در نزدیکی لبه پیش‌بینی می‌کند که با دور شدن ضرایب انبساط گرمایی اجزای اصلی کامپوزیت به مقدار قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد و مکان آن کمی به سمت چپ جابه‌جا می‌شود.

جدول ۳ مقدار ضریب تمرکز تنش برشی در سطح مشترک تکرشته و ماتریس را به ازای مقادیر مختلف نسبت ضرایب گرمایی نشان می‌دهد. با وجود این که توزیع تنش شعاعی، تقریباً مستقل از پارامتر گفته شده است، باید توجه داشت که مقدار حداکثر آن در انتها به شدت تابع مقدار عدم تطابق است. مقدار عدم تطابق در ضریب انبساط گرمایی، به شدت بر توزیع تنش‌های محوری و برشی و حداکثر مقادیر آنها مؤثر است (شکل‌های ۹-۱۲). در حالی که این عدم تطابق اثر چندانی بر توزیع تنش شعاعی بین‌وجهی ندارد و تنها مقدار حداکثر آن را در لبه تحت تأثیر قرار می‌دهد (شکل‌های ۱۳ و ۱۴). با توجه به نتایج به

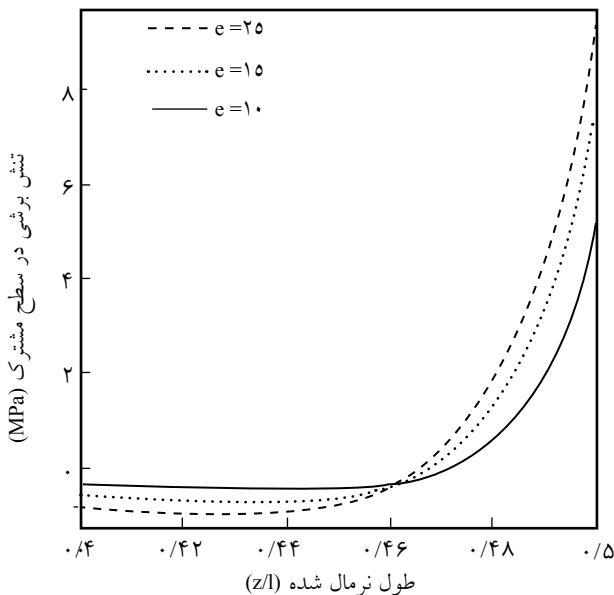


شکل ۱۵- توزیع تنش پسماند محوری در تکرشته به ازای مقادیر مختلف نسبت مدول کشسانی.

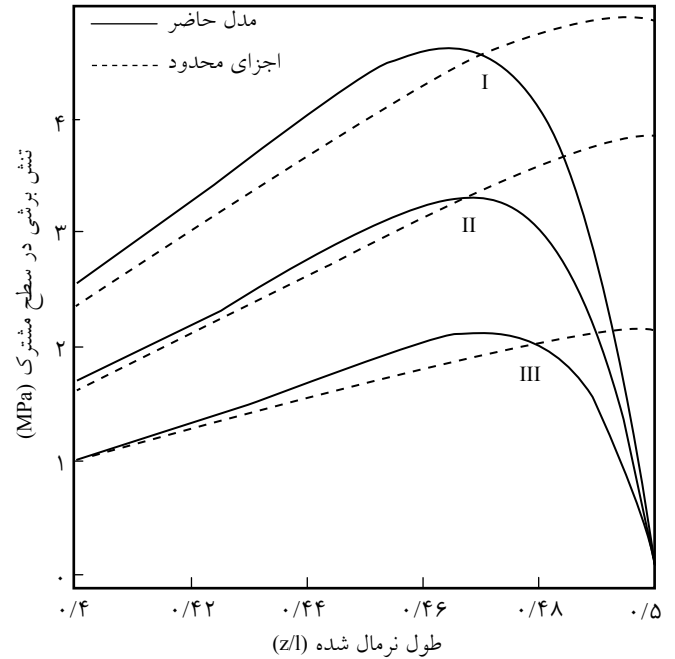


شکل ۱۸- توزیع تنش پسماند شعاعی به ازای مقادیر مختلف نسبت مدول کشسانی (بر اساس مدل حاضر).

ماتریس، مقدار عدم تطابق در مدول کشسانی نیز به شدت بر توزیع تنش‌های محوری و برشی و حداکثر مقادیر آنها مؤثر است (شکل‌های ۱۵-۱۷)، در حالی که این عدم تطابق اثر چندانی بر توزیع تنش شعاعی بین‌وجهی ندارد و تنها بر مقدار حداکثر آن در لبه اثر می‌گذارد (شکل‌های ۱۸ و ۱۹). در یک مقایسه می‌توان گفت، مقدار عدم تطابق در مدول کشسانی شدت اثر نسبتاً کمتری نسبت به عدم



شکل ۱۹- جزئیات بیشتر شکل ۱۸ در نزدیکی لبه.



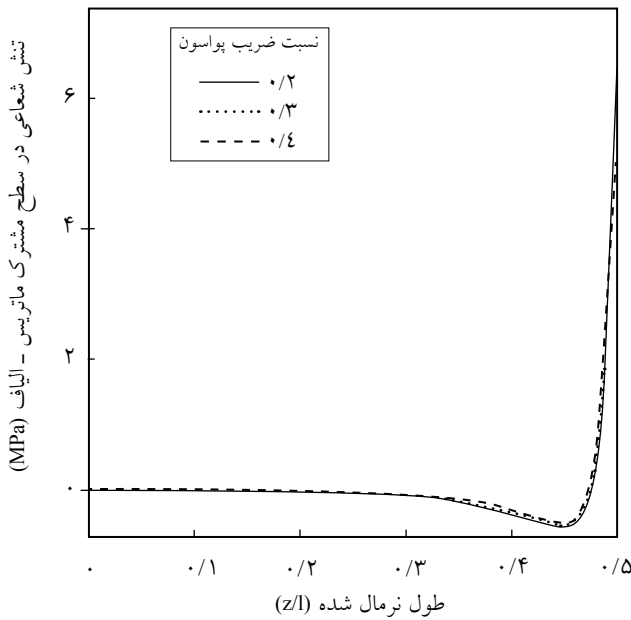
شکل ۱۷- جزئیات بیشتر شکل ۱۶ در نزدیکی لبه.

ماتریس را بر میدان تنش‌های پسماند نشان می‌دهند. با افزایش نسبت مدول کشسانی طول ناحیه یکنواخت مربوط به تنش‌های پسماند محوری، کاهش می‌یابد. هم‌چنین، با فاصله گرفتن مدول کشسانی تکرار شده و ماتریس از یک‌دیگر، مقدار تنش‌های پسماند به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. با این‌که عامل اصلی تشکیل تنش پسماند اختلاف در خواص کشسانی اجزای کامپوزیت، اثر چشمگیری بر مقدار تنش پسماند دارد. با افزایش نسبت مدول کشسانی از ۱۰ به ۲۵، مقدار تنش‌های محوری و برشی تقریباً ۲/۲۵ برابر می‌شود. از آن‌جا که پارامتر مزبور اثر قابل ملاحظه‌ای بر توزیع تنش شعاعی ندارد، در این بخش فقط نتایج روش انرژی گزارش شده است.

جدول ۴ ضریب تمرکز تنش برشی بین‌وجهی را به ازای مقادیر مختلف پارامتر  $e$  بیان می‌کند. بیشتر شدن عدم تطابق در مدول کشسانی تکرار شده و رزین (کاهش مدول کشسانی ماتریس) منجر به بروز تمرکز تنش برشی بیشتر در نزدیکی لبه می‌شود که می‌تواند به کاهش استحکام پیوند برشی در سطح مشترک تکرار شده و رزین ختم شود. مشابه نتایج مربوط به عدم تطابق در خواص گرمایی تکرار شده و

جدول ۴ - ضریب تمرکز تنش برشی به ازای مقادیر مختلف نسبت مدول کشسانی اجزای اصلی.

نسبت مدول کشسانی	۲۵	۱۵	۱۰	
ضریب تمرکز تنش برشی بین‌وجهی	۱۱/۰۸	۸/۶۶	۶/۵۷	

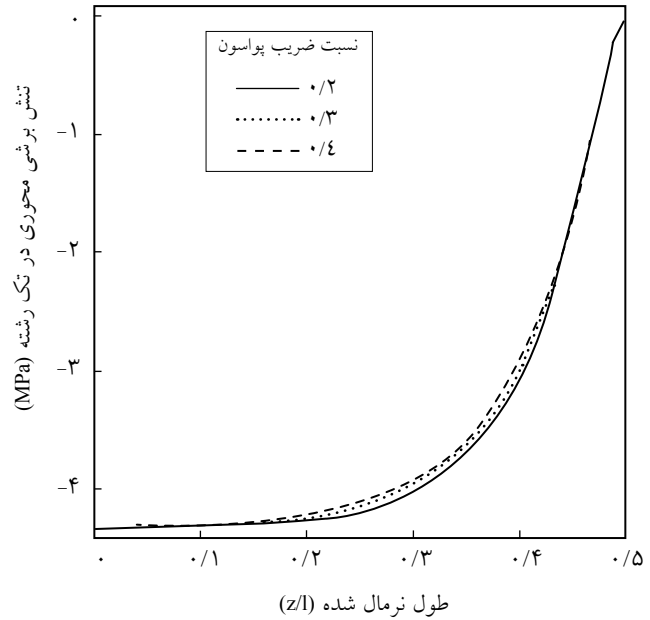


شکل ۲۲- توزیع تنش پسماند شعاعی به ازای مقادیر مختلف نسبت ضریب پواسون (بر اساس مدل حاضر).

مکانیکی تکرشته و ماتریس اثر قابل ملاحظه‌ای بر میدان تنش‌های پسماند میکرو مکانیک دارند. نتایج آزمایش‌های انجام شده در مقیاس میکرو نشان‌دهنده وجود ناحیه‌ای ناهمگن بین تکرشته و ماتریس است که خواص آن متفاوت از دو فاز اصلی کامپوزیت، اما وابسته به خواص آنهاست. نتایج تحلیل نشان می‌دهد، خواص این ناحیه اثر قابل ملاحظه‌ای بر تنش‌های پسماند میکرو دارد [۲۶]. تنش‌های پسماند میکرو عامل اصلی تنش‌های پسماند در یک تک‌لایه ناهمسان‌گرد هستند، به طوری که با ترکیب نتایج و ضرایب کالیبره کردن روش سوراخ‌کاری مرکزی مربوط به تک‌لایه ناهمسان‌گرد، می‌توان تنش‌های پسماند لایه تک‌جهتی را محاسبه کرد [۲۷، ۲۸].

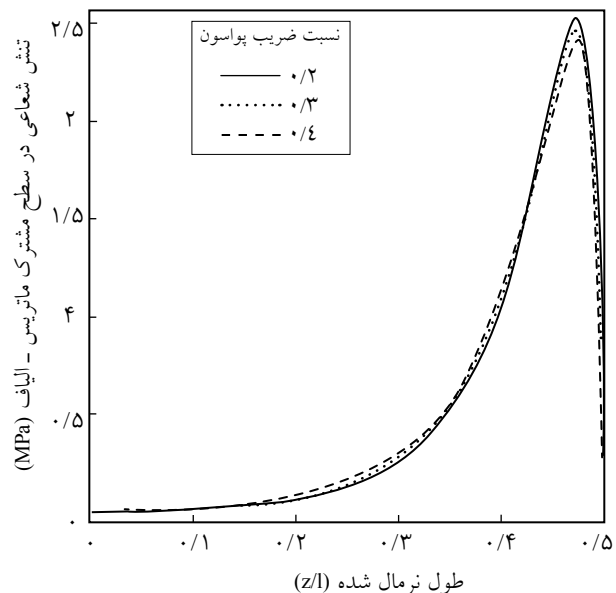
#### بررسی مقدار عدم تطابق در ضریب پواسون

برای بررسی مقدار عدم تطابق در ضریب پواسون تکرشته و ماتریس سه ضریب پواسون برای ماتریس برابر با ۰/۲، ۰/۳ و ۰/۴ در نظر گرفته شده است. در شکل‌های ۲۰ تا ۲۲ مشاهده می‌شود، عدم تطابق در ضریب پواسون تکرشته و ماتریس، اثر محسوسی بر میدان تنش‌های پسماند ندارد. به همین دلیل، در این بخش نیز فقط نتایج روش تحلیلی ارائه شده است. در نتیجه در بین خواص کشسانی، مدول کشسانی اثر بسیار بیشتری نسبت به ضریب پواسون بر میدان تنش پسماند دارد، به طوری که می‌توان گفت، عملاً اثر ضریب پواسون صفر است. بنابراین با توجه به نتایج قبلی، می‌توان گفت در بین خواص گرمایی و مکانیکی، بیشترین اثر مربوط به عدم



شکل ۲۰- توزیع تنش پسماند محوری در تکرشته به ازای مقادیر مختلف نسبت ضریب پواسون (بر اساس مدل حاضر).

تطابق در ضریب انبساط گرمایی تکرشته و ماتریس دارد، چرا که پارامتر دوم عامل اصلی تشکیل تنش‌های پسماند است. آن چه که در واقعیت اتفاق می‌افتد آن است که مقدار عدم تطابق در ضریب انبساط گرمایی اجزای اصلی کامپوزیت، پارامتری تعیین‌کننده در مقدار و توزیع تنش پسماند است. همان‌طور که ملاحظه شد، عدم تطابق در خواص گرمایی و



شکل ۲۱- توزیع تنش پسماند برشی بین‌وجهی به ازای مقادیر مختلف نسبت ضریب پواسون (بر اساس مدل حاضر).

مکانیکی بر میدان تنش‌های پسماند میکرومکانیک در کامپوزیت‌های پایه پلیمر، یک حل نظری بر اساس روش انرژی ارایه شد. با استفاده از نتایج حل نظری و نظریه کامپوزیت‌های با الیاف بلند، یک طول حداقل برای اجزای حجمی معرف معین شد. در ادامه پس از انجام تحلیل اجزای محدود، نتایج دو روش نظری و عددی مقایسه شدند. نتایج دو روش، روند مشابهی را برای توزیع تنش‌های پسماند در طول تکرشته نشان می‌دهد. عدم تطابق در ضریب انبساط گرمایی و مدول کشسانی اجزای اصلی کامپوزیت، اثر قابل ملاحظه‌ای بر میدان تنش پسماند محوری تکرشته و ماتریس و هم‌چنین توزیع تنش برشی در سطح مشترک آنها نشان می‌دهد، در حالی که این پارامترها اثر قابل ملاحظه‌ای بر توزیع تنش شعاعی ندارند. بیشتر شدن عدم تطابق در خواص گفته شده، منجر به افزایش چشمگیر تنش‌های پسماند می‌شود. به ویژه زمانی که کامپوزیت زیر بارهای فشاری در راستای محوری قرار گیرد، احتمال وقوع پدیده‌هایی چون کماتش تکرشته زیاد شده یا این که به دلیل وجود تمرکز تنش برشی قابل ملاحظه در نزدیکی لبه، احتمال ایجاد شیوه برشی در سطح مشترک تکرشته و ماتریس بسیار زیاد است. در ضمن نتایج نشان می‌دهد، اثر عدم تطابق در ضریب پواسون تکرشته و ماتریس بر میدان تنش‌های پسماند قابل صرف‌نظر است.

تطابق در ضریب انبساط گرمایی است. نابرابری در مدول کشسانی اثر قابل ملاحظه‌ای بر میدان تنش پسماند دارد، اما به اندازه پارامترهای گرمایی مؤثر نیست. ضریب پواسون نیز عملاً هیچ اثری بر میدان تنش پسماند ندارد.

زمانی که این تک‌لایه در یک چندلایه کامپوزیتی قرار می‌گیرد، به دلیل عدم تطابق در جهت لایه‌ها تنش‌های ماکرومکانیک نیز به وجود می‌آیند که با استفاده از نظریه کلاسیک لایه‌ای قابل پیش‌بینی هستند [۲۹]. تنش‌های میکرومکانیک پیش‌بینی شده در این پژوهش با تنش‌های پسماند ماکرومکانیک ترکیب می‌شوند. در نتیجه در چندلایه کامپوزیتی، چیزی که در واقعیت اتفاق می‌افتد، این است که تنش‌های پسماند هرلایه از چندلایه‌ای کامپوزیتی حاصل تعامل تنش‌های میکرو و ماکروست که با روش سوراخ‌کاری مرکزی قابل اندازه‌گیری است [۳۰] و به تازگی حل تحلیلی برای ترکیب آنها ارایه شده است [۲۸].

## نتیجه‌گیری

در این مقاله، به منظور بررسی اثر عوامل مؤثر فیزیکی، گرمایی و

## مراجع

- Callister W.D.J., *Materials Science and Engineering-An Introduction*, John Wiley and Sons, 1994.
- Nairn J.A. and Zoller P., Matrix Solidification and the Resulting Residual Thermal-Stresses in Composites, *Mater. Sci.*, **20**, 355-367, 1985.
- Kim J.K. and Mai Y.W., *Engineered Interfaces in Fiber Reinforced Composites*, 1st ed., Elsevier Science, 1998.
- Kurtz R.D. and Pagano N.J., Analysis of the Deformation of a Symmetrically-Loaded Fiber Embedded in a Matrix Material, *Compos. Eng.*, **1**, 113-127, 1991.
- Huang Z.M., Strength Formulae of Unidirectional Composites Including Thermal Residual Stresses, *Mater. Lett.*, **40**, 164-169, 1999.
- Papanicolaou G.C., Michalopoulou M.V., and Anifantis N.K., Thermal Stresses in Fibrous Composites Incorporating Hybrid Interphase Regions, *Compos. Sci. Technol.*, **62**, 1881-1894, 2002.
- Hashin Z. and Rosen W.B., The Elastic Moduli of Fiber Reinforced Materials, *Appl. Mech.*, **31**, 223-232, 1964.
- Shueh C.H. and Becher P.F., Thermal Expansion Coefficient of Unidirectional Fiber Reinforced Ceramics, *Am. Ceram. Soc.*, **71**, 438-441, 1988.
- Naik R.A., Simplified Micromechanical Equations for Thermal Residual Stress Analysis of Coated Fiber Composites, *Compos. Technol. Res.*, **14**, 182-186, 1992.
- Jayaraman K. and Reifsnider K.L., Residual Stresses in a Composite with Continuously Varying Young's Modulus in the Fiber/Matrix Interphase, *Compos. Mater.*, **26**, 770-791, 1992.
- Jayaraman K. and Reifsnider K.L., The Interphase in Unidirectional Fiber-Reinforced Epoxies: Effect of Residual Thermal Stresses, *Compos. Sci. Technol.*, **47**, 119-129, 1993.
- Bianchi V., Goursat P., and Menessier E., Carbon-Fiber-Reinforced YMAS Glass Ceramic Matrix -IV Thermal Residual Stresses and Fiber/Matrix Interfaces, *Compos. Sci. Technol.*, **58**,

- 409-418, 1998.
13. Chen Y., Xia Z., and Ellyin F., Evolution of Residual Stresses Induced During Curing Processing Using a Viscoelastic Micro-mechanical Model, *Compos. Mater.*, **35**, 522-542, 2001.
  14. Aghdam M.M. and Khojeh A., More on the Effects of Thermal Residual and Hydrostatic Stresses on Yielding Behavior of Unidirectional Composites, *Compos. Struct.*, **62**, 285-290, 2003.
  15. Karami G. and Garnich M., Micromechanical Study of Thermo-elastic Behavior of Composites with Periodic Fiber Waviness, *Composite, Part B*, **36**, 241-248, 2005.
  16. Hobbiebrunken T., Fiedler B., Hojo M., Ochiai S., and Schulte K., Microscopic Yielding of CF/Epoxy Composites and the Effect on the Formation of Thermal Residual Stresses, *Compos. Sci. Technol.*, **65**, 1626-1635, 2005.
  17. Zhao L.G., Warrior N.A., and Long A.C., A Thermo-Viscoelastic Analysis of Process-Induced Residual Stress in Fibre-Reinforced Polymer-Matrix Composites, *Mater. Sci. Eng. A*, **452**, 483-498, 2007.
  18. Jin K.K., Huang Y., Lee Y., and Sung K.H., Distribution of Micro Stresses and Interfacial Traction in Unidirectional Composites, *Compos. Mater.*, **42**, 1825-1849, 2008.
  19. Huang Y., Jin K.K., and Sung K.H., Effects of Fiber Arrangement on Mechanical Behavior of Unidirectional Composites, *Compos. Mater.*, **42**, 1851-1871, 2008.
  20. Quek M.Y. and Yue C.Y., Axisymmetric Stress Distribution in the Single Filament Pull-out Test, *Mater. Sci. Eng.*, **189**, 105-116, 1994.
  21. Zhang Y., Xia Z., and Ellyin F., Evolution and Influence of Residual Stresses/Strains of Fiber Reinforced Laminates, *Compos. Sci. Technol.*, **64**, 1613-1625, 2004.
  22. Song D.Y., Takeda N., and Ogihara S., A Method of Stress Analysis for Interfacial Property Evaluation in Thermoplastic Composites, *Mater. Sci. Eng.*, **278**, 242-246, 2000.
  23. Agarwal B.D. and Broutman L.J., *Analysis and Performance of Fiber Composites*, 2nd ed., John Wiley and Sons, New York, 1990.
  24. Abaqus Software, Version 6.7-1, Copyright 1998-2008 by ABAQUS Inc.
  25. Lessard L.B., Schmidt A.S., and Shokrieh M.M., Three-Dimensional Stress Analysis of Free-Edge Effects in a Simple Composite Cross-Ply Laminate, *Solid Struct.*, **33**, 2243-2259, 1996.
  26. Shokrieh M.M. and Safarabadi M., Three-Dimensional Analysis of Micro-Residual Stresses in Fibrous Composites based on the Energy Method: A Study Including Interphase Effects, *Compos. Mater.*, In Press 2011, DOI: 10.1177/00 21998311410478.
  27. Shokrieh M.M. and Ghasemi A.R., Determination of Calibration Factors of the Central Hole Drilling Method for Orthotropic Composites Using an Exact Solution, *Iran. J. Polym. Sci. Technol. (In Persian)*, **19**, 437-448, 2007.
  28. Safarabadi M., *Prediction of Curing Residual Stresses in Composite Laminates*, PhD Thesis, Iran University of Science and Technology, 2011.
  29. Ghasemi A.R. and Shokrieh M.M., Determination of Integral Method for Determining of Non-Uniform Residual Stresses in Laminated Composites, *Iran. J. Polym. Sci. Technol. (In Persian)*, **21**, 347-355, 2008.
  30. Shokrieh M.M. and Ghasemi A.R., Effects of Interlaminar Residual Stresses of Polymer Composites Using Hole Drilling Method, *Iran. J. Polym. Sci. Technol. (In Persian)*, **20**, 337-347, 2007.