

Simulation of Rubber Friction Using Viscoelastic Behavior of Rubber and Roughness Parameters of Surfaces

Mohammad Reza Arab Bafrani and Mehdi Razzaghi-Kashani*

Polymer Engineering Department, Faculty of Chemical Engineering, Tarbiat Modares University,
P.O. Box: 14115-114, Tehran, Iran

Received 25 December 2012, accepted 15 May 2013

ABSTRACT

One of the most important factors that affect tire friction is surface roughness, which determines the size of the real contact area, real pressure distribution on the contact interface, and scales of mechanical engagement between viscoelastic rubber and a rough substrate. The need to predict coefficient of friction (COF) for rubber on rough surfaces for applications such as traction of tires on the road surfaces led to some physical models such as Heinrich-Kluppel's model. The current study examines the applicability of the Heinrich-Kluppel model, using different viscoelastic representations, in numerical simulations of COF for rubber, and its agreement with the experimental results. For this purpose, roughness characteristics of the surfaces and viscoelastic properties of rubber were measured by fractal analysis and dynamic-mechanical-thermal analysis (DMTA), respectively. These data were employed in the numerical code to simulate COF for a rubber sample. The model was also modified by replacing the Zener viscoelastic representation in the original model with the generalized Maxwell viscoelastic representation. On the other hand, COF for rubber was measured on the same rough surface (different sand-papers) by an in-house friction tester, and results were compared with the numerical results. It was shown that computer simulation could predict the load and speed dependence of rubber friction very well. The application of the generalized Maxwell model improved agreement between the numerical and experimental results for high sliding speeds where the Zener viscoelastic model failed to predict the right trend in variation of COF with speed. This speed range was matched with the sliding velocities in the footprint of tire under rolling conditions.

Keywords:

rubber friction,
viscoelastic properties,
surface roughness,
Heinrich-Kluppel's model,
contact mechanics

(*)To whom correspondence should be addressed.
E-mail: mehdi_razzaghi@hotmail.com

شبیه‌سازی اصطکاک لاستیک با استفاده از رفتار گرانروکشسانی آن و مشخصه‌های زبری سطوح

محمد رضا عرب بافرانی، مهدی رزاقی کاشانی*

تهران، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده مهندسی شیمی، بخش مهندسی پلیمر، صندوق پستی ۱۱۴-۱۴۱۱۵

دریافت: ۹۱/۱۰/۵، پذیرش: ۹۲/۲/۲۵

چکیده

از مهم‌ترین عوامل مؤثر بر اصطکاک لاستیک، زبری سطح ساییده است که معین‌کننده اندازه سطح تماس واقعی، توزیع فشار در ناحیه تماس بین لاستیک و سطح زبر و مقیاس‌های درگیری مکانیکی بین سطح زبر و لاستیک دارای خواص گرانروکشسانی است. لزوم پیش‌بینی ضریب اصطکاک لاستیک روی سطوح زبر برای کاربردهایی مانند کشانش تاثیر روی سطح جاده، منجر به ایجاد مدل‌های فیزیکی مانند مدل Heinrich-Kluppel شده است. در این پژوهش، با شبیه‌سازی اصطکاک لاستیک مقدار انطباق مدل Heinrich-Kluppel با نتایج تجربی بررسی و اثر تغییر معادلات گرانروکشسانی بر کارایی آن ارزیابی شد. بدین منظور، از یک سو مشخصه‌های ناهمواری سطوح زبر با تحلیل فراکتال و رفتار گرانروکشسانی لاستیک پخت شده با آزمون تحلیل دینامیکی - مکانیکی - گرمایی اندازه‌گیری شد. سپس با استفاده از آنها، ضریب اصطکاک از راه شبیه‌سازی به کمک کدهای عددی محاسبه شد. همچنین، شبیه‌سازی با جایگزینی معادلات گرانروکشسانی ماکسول تعمیم یافته به جای معادله Zener در مدل اولیه اصلاح شد. از سوی دیگر، ضریب اصطکاک لاستیک روی همان سطوح زبر (چند نوع کاغذ سمیاده) به کمک دستگاه اندازه‌گیری ضریب اصطکاک در دانشگاه تربیت مدرس اندازه‌گیری و با نتایج به دست آمده از تحلیل عددی مقایسه شد. نتایج نشان داد، شبیه‌سازی رایانه‌ای ماهیت وابسته به بار عمودی و سرعت لغزش ضریب اصطکاک را به خوبی پیش‌بینی می‌کند. به کارگیری معادلات گرانروکشسانی ماکسول تعمیم یافته توافق بین داده‌های عددی و تجربی را در محدوده سرعت‌های زیاد بهبود داد، جایی که مدل گرانروکشسان Zener قابلیت پیش‌بینی روند ضریب اصطکاک را با سرعت از دست می‌دهد. این محدوده از سرعت با سرعت لغزشی در رد پای تاثیر در حالت غلتش آن در شرایط کارکرد منطبق‌تر است.

واژه‌های کلیدی

اصطکاک لاستیک،
خواص گرانروکشسانی،
زبری سطح،
مدل Heinrich-Kluppel،
مکانیک تماس

* مسئول مکاتبات، پیام‌نگار:
mehdi_razzaghi@hotmail.com

مقدمه

اصطکاک از مهم‌ترین خواص مواد در تعیین ایمنی و عمر مفید محصولات به‌شمار می‌رود. سازوکارهای اصطکاک در لاستیک‌ها با پلاستیک‌ها متفاوت است. اصطکاک لاستیک به‌طور عمده ناشی از دو ترم چسبندگی با ماهیت بین‌سطحی و اتلاف انرژی پسماند تحت تأثیر تغییر شکل‌های دینامیک در توده لاستیک است. نشان داده شده است که روی سطح صیقلی و خشک، سازوکار اول و روی سطوح زبر و روان‌کاری شده سازوکار دوم غالب است [۱]. بنابراین، از مهم‌ترین عوامل مؤثر بر اصطکاک لاستیک، مقدار زبری سطح ساییده است که معین‌کننده اندازه سطح تماس واقعی، توزیع فشار روی سطح تماس و مقدار درگیری مکانیکی بین لاستیک و سطح مقابل است.

زبری سطوح واقعی حاصل از شکست مواد نظم خاصی ندارد، ولی فراکتال یا خودمشابه است [۲]. به عبارتی با استفاده از تحلیل و تعیین مشخصه‌های فراکتال، زبری سطح که مستقل از مقیاس اندازه‌گیری است، حاصل می‌شود. البته مدل‌سازی اثر زبری سطح روی خواص اصطکاک با استفاده از فرض‌های ساده‌کننده در تعریف سطح ناهموار روبه‌رو بوده است. در این راستا، زبری سطح مقابل با اشکال ساده‌ای همچون تک‌ناهمواری به شکل نیم‌کره یا نیم‌استوانه و همچنین ترکیب چند شکل ساده از ناهمواری‌ها به‌طور متناوب به عنوان سطح ناهموار در نظر گرفته شده است [۲].

استفاده از فرض‌های ساده‌کننده مشکلات و نارسایی‌هایی به همراه داشت که برخی از پژوهشگران را به استفاده از نیم‌رخ بی‌نظم سطوح واقعی و تحلیل این نیم‌رخ با روش‌های مختلف هدایت کرد. آنها نشان دادند، زبری سطوح واقعی از مهم‌ترین کمیت‌های اثرگذار روی اصطکاک ماده است و اثر این زبری نیز به کمک مدل‌های ریاضی قابل بررسی است. برخی از پژوهش‌های انجام شده در این باره در ادامه مرور می‌شوند.

Gopalan تعدادی از مقیاس‌های دردسترس را برای اندازه‌گیری اصطکاک انتخاب کرده و اصطکاک را روی هر زبری پیش‌بینی کرد. سپس، وی نتایج پیش‌بینی خود را با نتایج آزمایش مقایسه کرده و دریافت بین اصطکاک اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده توافق خوبی مشاهده می‌شود. او نتیجه گرفت، اصطکاک لاستیک قابل پیش‌بینی است. کارهای Gopalan مبتنی بر مدل‌سازی فیزیکی بود، ولی بسیاری از مبانی لازم را در برنداشت، از جمله اینکه نقش زبری و مدل گرانروکشسانی به‌درستی دیده نشده است [۳].

Pinnington نیز در سال ۲۰۰۹ تلاش کرد، مدل فیزیکی برای نشان‌دادن اصطکاک بین سطوح زبر ارائه دهد. وی این گونه فرض

کرد که می‌توان سطح زبر را حاصل توزیع تصادفی تعداد مشخصی پیک شناخته شده (مثلاً به شکل استوانه، کره، گوه و مخروط) فرض کرد. در نتیجه با این فرض ساده‌کننده تلاش کرد، نظریه‌های اصطکاک برای تک‌پیک‌ها را برای سطوح زبر استفاده کند. وی اثر آرایش‌های زبری چندگانه، چسبندگی، رفتار چسبندگی برشی را نیز روی اصطکاک در مدل خود نشان داد. همچنین، نتایج حاصل از مدل را با اندازه‌گیری‌های گروه و بارکینز مقایسه کرد. مدل پیشنهادی Pinnington نیز به ادعای خود وی قابلیت پیش‌بینی ضریب اصطکاک را روی سطوح زبر دارد. درباره دقت این مدل و قابلیت آن برای نشان‌دادن اثر کمیت‌های مختلف هنوز پژوهشی انجام نشده است [۴]. Nettigsmeier در پژوهشی تلاش کرد تا حل عددی اصطکاک پسماند را به کمک مدل‌های موجود انجام دهد. وی از معادله Heinrich-Kluppel برای مدل خود استفاده کرد و معادله ضریب اصطکاک را بر حسب سرعت یافت [۵،۶].

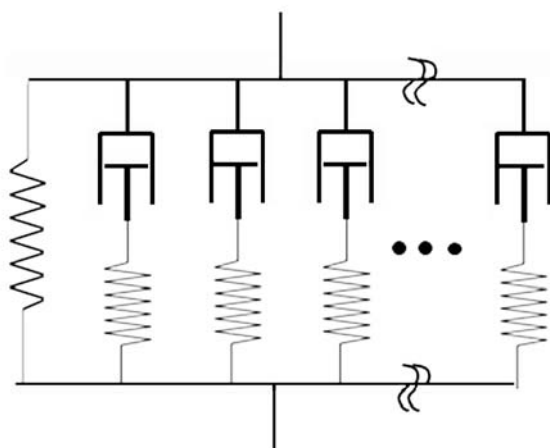
Gabriel و همکاران در پژوهشی که برای بررسی اثر هندسه سطوح روی اصطکاک لاستیک انجام دادند، تلاش کردند به کمک روش حل عددی اجزای محدود، حرکت یک سطح زبر را روی لاستیکی مدل کنند که با یک مدل گرانروکشسانی معرفی شده است. ایشان در پایان موفق به مدل‌سازی زبری سطوح خاصی مانند کره و استوانه شدند [۷]. همچنین، پژوهش‌هایی برای بررسی اصطکاک چسبندگی لاستیک انجام شد که از جمله آنها می‌توان به پژوهش‌های Palasantzas اشاره کرد. وی کوشید تا اثر زبری فراکتال را روی ضریب اصطکاک از نوع چسبندگی لاستیک بیابد. این پژوهش را می‌توان یکی از اولین پژوهش‌ها برای کاربرد تحلیل فراکتال در مدل‌سازی ضریب اصطکاک چسبندگی دانست. در پایان وی توانست ضریب اصطکاک چسبندگی را در زبری‌های محدودی به‌دست آورد [۸].

اولین مبنای مدل‌سازی مکانیک سطح تماس را Hertz بنا نهاد که مدل تک‌قله‌ای را ارائه داد. بر این مبنا با فرض حرکت یک کره روی سطح صاف، معادله‌های ریاضی اندازه و توزیع فشار در سطح تماس نوشته شد. این معادله‌ها مبتنی بر ابعاد کره و خواص کشسانی ماده بود [۲]. چند سال بعد، Greenwood و Williamson، موفق شدند، مدل Hertz را با تغییرات و فرض‌هایی به سطح واقعی زبر تعمیم دهند. نظریه Greenwood - Williamson بر مبنای فرض‌هایی بنا شد که از جمله آنها می‌توان به فاصله داشتن قله‌ها، کروی بودن سطح قله‌ها و سرعت بسیار کم آزمون اشاره کرد [۹]. نظریه آنها مبنای کار Heinrich در تبیین اثر زبری سطوح واقعی بر اصطکاک لاستیک قرار گرفت. وی این گونه فرض کرد، لاستیک در حرکت روی سطح ساییده، می‌تواند با یک مدل گرانروکشسانی مانند کلونین،

تماس واقعی و فشار سطح تماس است.

Kluppel در سال ۲۰۰۵، اولین نمونه از آزمایش‌ها را براساس این مدل ارائه داد و توانست نشان دهد که مدل قابلیت انطباق با آزمایش را در سرعت‌های کم دارد [۱۱]. این پژوهش در سال ۲۰۰۷ کامل شد. وی نشان داد، مدل مزبور می‌تواند روند موجود در اصطکاک لاستیک پر شده با تقویت کننده‌های متفاوت مانند دوده و سیلیکا را به خوبی متمایز کند. در حقیقت، مدل قابلیت نمایش اثر بار و سرعت را بر اصطکاک دارد. بنابراین، چنین مدلهایی می‌توانند علاوه بر اثر زبری سطوح در تماس، اثر سرعت لغزش و فشار تماس را نیز بر ضریب اصطکاک لاستیک لحاظ کند [۱۲].

در پژوهش پیشین، با استفاده از تحلیل آماری زبری سطح و پارامترهای گرانروکشسان لاستیک، عوامل مؤثر بر اصطکاک لاستیک توضیح داده شد [۱۳]. در این پژوهش، ضریب اصطکاک لاستیک با استفاده از مدل Heinrich-Kluppel شبیه‌سازی شد. برای بهبود پیش‌بینی ضریب اصطکاک از معادلات گرانروکشسان چندجزئی ماکسول تعمیم‌یافته [۱۴] به جای معادله تک‌جزئی Zener در شبیه‌سازی استفاده شد تا رفتار گرانروکشسانی ماده لاستیکی در مقیاس وسیع‌تری از بسامد نوسانات زبری سطح در نظر گرفته شده و اثر این تغییر در پیش‌بینی ضریب اصطکاک لاستیک بررسی شود. نمایی از مدل گرانروکشسان ماکسول تعمیم‌یافته و معادلات مربوط در شکل ۱ دیده می‌شود. به‌کارگیری معادلات ماکسول تعمیم‌یافته منجر به بهبود پیش‌بینی



$$G''(\omega) = \sum_{i=1}^N E_i \frac{\omega \tau_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2}$$

$$G'(\omega) = \sum_{i=1}^N E_i \frac{\omega^2 \tau_i^2}{1 + \omega^2 \tau_i^2}$$

شکل ۱- طرح کلی مدل ماکسول تعمیم‌یافته و معادلات آن.

مدل‌سازی شود که در آن تغییر شکل عمود بر سطح لاستیک بر اثر ناهمواری‌های سطح زیر موجب ایجاد تنش در ماده شده و از تغییر شکل موازی با سطح در اثر چسبندگی صرف‌نظر شد. سپس، با استفاده از محاسبات انرژی اتلافی در این ماده گرانروکشسان معادله نهایی ضریب اصطکاک حاصل شد. ذکر این نکته ضروری است که Heinrich و Kluppel در مدل نهایی خود از مدل Zener برای نشان دادن خواص گرانروکشسانی لاستیک استفاده کردند [۱۰]. ایشان برای تبیین مدل خود فرضیات زیر را در نظر گرفتند:

- ۱- اصطکاک چسبندگی روی سطوح زبر واقعی مانند جاده (در مقابل تایر) که با گرد و غبار یا آب پوشیده شده است، قابل صرف‌نظر کردن است.
- ۲- سرعت حرکت دو جسم روی یکدیگر بسیار کم است، به طوری که افزایش دما در سطح تماس صرف‌نظر کردنی است.
- ۳- اگرچه زبری سطح بی‌نظم است، اما قله‌های ناهمواری‌ها به شکل نیم‌کره است و به اندازه کافی از هم دور هستند.
- ۴- سطوح زبر در ناحیه خاصی از مقیاس بررسی، خودمتشابه‌اند و مستقل از مقیاس مورد بررسی هستند.
- ۵- مدول لاستیک نسبت به سطح ساییده بسیار کمتر است و در مواجهه با ناهمواری‌های سطح، تغییر شکل می‌دهد و جریان می‌یابد. با توجه به نبود سازوکار چسبندگی و تنش برشی ناشی از آن، فقط مؤلفه عمودی تغییر شکل و تنش وجود دارد و می‌توان از مؤلفه موازی با سطح صرف‌نظر کرد [۱۰].

معادله نهایی Heinrich-Kluppel به شکل معادله (۱) است:

$$\mu_H = \frac{1}{4(2\pi)^3} \frac{\langle z_p \rangle (\beta - 1) \xi_{\parallel}^2}{\sigma_{\xi_{\parallel}}^2 \nu^2} \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} d\omega \left(\frac{\omega}{\omega_{\min}} \right)^{-\beta} E''(\omega) \quad (1)$$

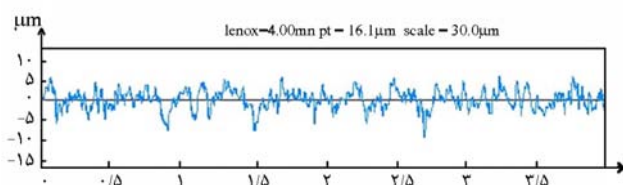
که μ_H ضریب اصطکاک پسماند، z_p عمق نفوذ سطح زبر در لاستیک، ξ_{\parallel} و ξ_{\perp} به ترتیب حداکثر زبری موازی و واریانس توزیع زبری در نقطه ξ_{\parallel} و β معرف بُعد فراکتال (β)، ξ_{\parallel} و ξ_{\perp} مشخصه‌های تحلیل فراکتال سطح زبر) است. همچنین، σ_0 تنش اسمی (نیرو تقسیم بر سطح ظاهری تماس) اعمالی بر لاستیک، ν سرعت حرکت لاستیک روی سطح زبر، E'' مدول اتلاف در لاستیک (مدل گرانروکشسانی)، ω بسامد اعمالی بر لاستیک، ω_{\min} کمترین بسامد اعمالی بر لاستیک با درشت‌ترین مقیاس زبری و ω_{\max} بیشترین بسامد اعمالی بر لاستیک با ریزترین مقیاس زبری درگیر است [۱۰]. در این معادله دو بخش پیش‌فاکتور و انتگرال وجود دارد. بخش انتگرال اتلاف انرژی در لاستیک گرانروکشسان را بر اثر حرکت روی سطح زبر محاسبه می‌کند. بخش پیش‌فاکتور نیز معرف اثر زبری سطح در تعیین سطح

استفاده از نرم‌افزار دستگاه، ابتدا دو پارامتر آماری R_a (متوسط حسابی انحراف ارتفاع از خط وسط نیم‌رخ) و R_{sm} (عرض متوسط اجزای زبری سطح) محاسبه شد. سپس، مجموعه نقاط نیم‌رخ به شکل یک خروجی ارتفاع ناهمواری (Z) بر حسب طول اندازه‌گیری (x) از نرم‌افزار دستگاه حاصل شد. شایان ذکر است، در محاسبات از R_{sm} به عنوان متوسط فاصله ناهمواری‌ها استفاده شده است. طرحی از نیم‌رخ سطح زبر واقعی در شکل ۲ آمده است. نیم‌رخ سطح زبر سناده در دو جهت طولی و عرضی محاسبه شد. در هر جهت، حداقل دو مرتبه آزمون انجام شد تا تکرارپذیری داده‌ها بررسی شود.

برای حصول پارامترهای معادلات گرانتروکشنالی ماکسول تعمیم‌یافته ابتدا باید منحنی‌های مرجع (master curves) آمیزه‌های لاستیکی به دست آید. بدین منظور، ابتدا رفتار دینامیکی - مکانیکی - گرمایی آمیزه‌های لاستیک استیرن - بوتادی‌ان پخت شده با دستگاه تحلیل دینامیکی مکانیکی شرکت Perkin Elmer آمریکا مدل DMA-8000 ارزیابی شد. در این آزمون نمونه لاستیکی در حالت خمش تک‌پایه بارگذاری شد. این آزمون در ۱۳ دمای ثابت از 60°C تا 6°C در دامنه کرنش خطی ۰/۳٪ در حالت خمشی تحت پوشش بسامد در دامنه $1-100\text{ Hz}$ انجام شد.

برای ساخت منحنی مرجع، دمای 20°C - به عنوان دمای مرجع انتخاب شد و تمام داده‌ها به کمک معادله ویلیام - لندل - فری (WLF) به این دما انتقال داده شدند. نقاط مربوط به نمودار نهایی به عنوان خروجی از برنامه گرفته شد. برای برازش داده‌ها به کمک مدل ماکسول تعمیم‌یافته از نرم‌افزار Excel به روش کمینه‌سازی خطا استفاده شد.

برای آزمون اصطکاک، دستگاه اندازه‌گیری ضریب اصطکاک پلیمرها استفاده شد که در دانشگاه تربیت مدرس طراحی و ساخته شده است. این دستگاه قابلیت تغییر دو متغیر سرعت و فشار عمودی را به ترتیب در دامنه $1-1000\text{ mm/s}$ و $0/1-1/25\text{ MPa}$ دارد [۱۶]. از آنجا که نیاز به حذف اثر چسبندگی سطوح در اصطکاک بود، سطح زبر در تماس با لاستیک، با مایع آب صابون رقیق مرطوب شد. روش یکسانی در مرطوب‌سازی سطوح استفاده شد، به طوری که مقدار رطوبت روی سطوح مختلف یکسان باشد. برای انجام آزمون



شکل ۲- طرحی از نیم‌رخ زبری سطح ۳۲۰.

ضریب اصطکاک لاستیک در محدوده سرعت‌های بیشتر شد که پیش‌فرض اولیه مدل Heinrich-Kluppel را در کاربردی بودن آن فقط در محدوده سرعت‌های کم آزمون برای جلوگیری از افزایش دما و ایجاد انحراف از محاسبات ضریب اصطکاک به چالش می‌کشد. سرعت‌های لغزش در انتهای ردپای تایر در شرایط غلتشی کارکرد تایر به محدوده مورد مطالعه نزدیک‌تر است [۱۵].

تجربی

مواد

در این پژوهش، آمیزه‌های لاستیک استیرن - بوتادی‌ان امولسیون نوع ۱۵۰۲ بندر امام با گرانبوی ۸۵ واحد مونی و جرم حجمی ۰/۹۴۵ استفاده شد. برای سطوح زبر ساییده، از کاغذهای سناده از جنس سیلیکون کاربرد موجود در بازار استفاده شد. کاغذهای استفاده شده دارای درجه مش ۳۲۰، ۴۰۰ و ۸۰۰ بودند.

دستگاه‌ها و روش‌ها

آمیزه لاستیکی به کمک مخلوط‌کن دوغلتنکی کولین ساخت آلمان به قطر 150 mm و عرض 350 mm مخلوط شدند که فرمول‌بندی آن در جدول ۱ آمده است. تعیین مشخصه‌های پخت و زمان بهینه پخت با استفاده از دستگاه رئومتر مونی دارای قالب متحرک مدل Hiwa 900 ساخت شرکت هیوای ایران در دمای 150°C ، دامنه نوسان $\pm 1/5^\circ$ و بسامد $1/667\text{ Hz}$ انجام شده است. پخت آمیزه‌های لاستیکی تهیه شده با پرس داغ کولین ساخت آلمان با ابعاد $20 \times 20\text{ cm}$ انجام شد.

برای محاسبه زبری سطوح سناده از دستگاه نیم‌رخ‌سنج سوزنی شکل مدل PL203 استفاده شد. این دستگاه، ساخت شرکت Taylor Hobson انگلستان با نام Surtronic 25 و مجهز به پوششگر استاندارد است. با

جدول ۱- فرمول‌بندی آمیزه‌های لاستیکی استفاده شده.

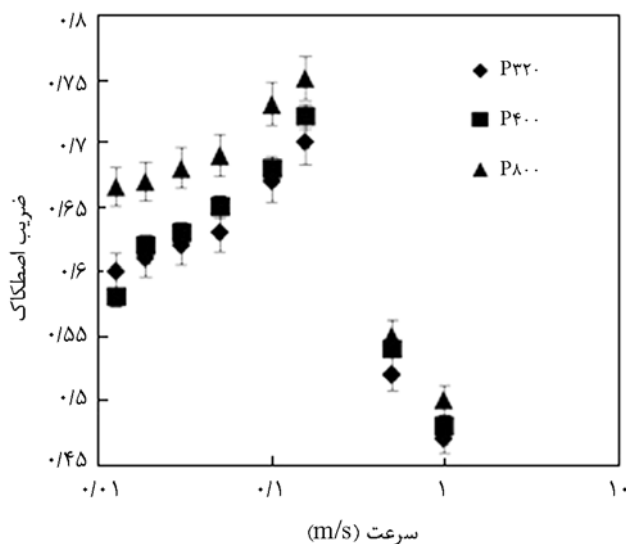
ماده	مقدار (phr)	مورد استفاده
لاستیک استیرن - بوتادی‌ان	۱۰۰	لاستیک پایه
گوگرد	۲/۵	عامل پخت
روی اکسید	۰/۵	فعال‌کننده
استتاریک اسید	۰/۵	فعال‌کننده
ترشیویوتیل بنزوتیازول سولفونامید	۳	شتاب‌دهنده

جدول ۳- نتایج تحلیل فراکتال برای سطوح سنباده.

اندازه مش سنباده	β	K_{\parallel} (mm)	K_{\perp} (mm)
۳۲۰	۱/۶۶	۰/۲	۰/۴۴۷
۴۰۰	۱/۸	۰/۱	۰/۰۲
۸۰۰	۲	۰/۱۵	۰/۰۱۴۱

تعیین ضریب اصطکاک به روش تجربی

همان‌طور که در شکل ۳ دیده می‌شود، ضریب اصطکاک در هر سه زبری ۳۲۰، ۴۰۰ و ۸۰۰، یک سیر صعودی دارد و پس از رسیدن به قله، در نواحی پایانی رویه‌ای نزولی به خود می‌گیرد. در لاستیک‌ها، ضریب اصطکاک در سرعت‌های کم افزایش می‌یابد و پس از عبور از یک قله، در سرعت‌های بیشتر کاهش می‌شود. مقدار ضریب اصطکاک رابطه مستقیم با ضریب اتلاف گرانونکشسان ($\tan\delta$) دارد. قله نمودار نیز مربوط به بیشینه اتلاف در این منحنی است [۱۳]. علت چنین روندی آن است که ضریب اصطکاک ارائه شده در این روش (به دلیل حذف اثر چسبندگی)، ضریب اصطکاک پسماند ناشی از تغییر شکل لاستیک است. در نتیجه هر جا انطباق بسامد سطح زبر و سرعت حرکت به گونه‌ای شود که بیشترین اتلاف در لاستیک روی دهد، ضریب اصطکاک بیشترین مقدار را خواهد داشت. بنابراین، با افزایش سرعت و نزدیک شدن به این بسامد بیشینه، ضریب اصطکاک افزایش می‌یابد و در نقطه‌ای که بیشترین اتلاف وجود دارد، قله دیده شده و سپس در نقاط بعدی با دور شدن سرعت از بسامد مزبور،



شکل ۳ - تغییر ضریب اصطکاک بر حسب سرعت، نتایج حاصل از آزمون تجربی برای سه سطح زبر سنباده.

اصطکاک سه کاغذ سنباده با اندازه مش ۳۲۰، ۴۰۰ و ۸۰۰ به عنوان سطوح زبر انتخاب شدند. معیار انتخاب سطوح، نزدیکی زبری آنها با سطح جاده از راه مقایسه R_a بود. هرچه مش کاغذ سنباده عدد بزرگ‌تری داشته باشد، اندازه ذرات ناهمواری کوچک‌تر بوده، ولی تعداد آنها در واحد سطح بیشتر است. بار عمودی اعمالی بر لاستیک حین آزمون، 0.8 MPa انتخاب شد. آزمون در سرعت‌های $0.12/9$ ، $0.19/3$ ، $0.32/2$ ، $0.51/5$ ، $0.10/3$ ، $0.16/1$ ، $0.51/2$ و $1.02/4 \text{ mm/s}$ انجام شد. برای هر سرعت، آزمون سه مرتبه تکرار شد تا تکرارپذیری مناسب دیده شود. برای محاسبه اصطکاک با استفاده از شبیه‌سازی مدل Heinrich-Kluppel، از کدنویسی با نرم‌افزار Matlab استفاده شد. همچنین در محاسبات به جای مدل Zener، مدل ماکسول تعمیم‌یافته نیز برای بهبود به کار گرفته شد.

نتایج و بحث

تعیین زبری سطح

معمولاً برای مقایسه زبری سطوح از پارامترهای آماری مانند میانگین عمق ناهمواری یا R_a استفاده می‌شود. در جدول ۲ نتایج مربوط به مشخصه‌های آماری R_a و R_{sm} برای سنباده آمده است. بنابر نتایج ارائه شده در این جدول، کمیت R_a با کاهش زبری سطوح (افزایش شماره سطح) کاهش می‌یابد. این روند با پیش‌بینی مورد انتظار مطابقت دارد، چرا که R_a نشان‌دهنده میانگین عمق دره‌ها بوده و کم شدن آن به معنای کاهش عمق دره‌ها و در نتیجه کاهش زبری است.

تحلیل فراکتال زبری سطوح به کمک برنامه رایانه‌ای Matlab انجام شده که نتایج در جدول ۳ آمده است. همان‌طور که در این جدول مشخص است، با کاهش زبری سطوح، پارامتر مرتبط با بعد فراکتال یا β افزایش می‌یابد. این افزایش در واقع منجر به کاهش بعد فراکتال می‌شود که این نتیجه با منطق فیزیکی مورد انتظار تطابق دارد. بنابراین، β می‌تواند روند حاکم بر زبری را در سطوح سنباده نشان دهد.

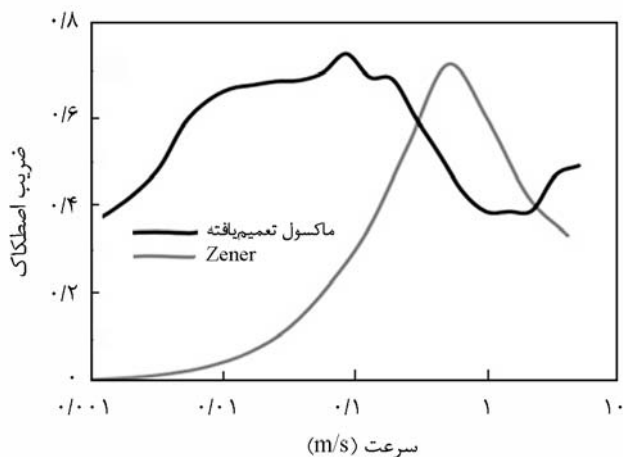
جدول ۲- نتایج حاصل از آزمون زبری سطح سنباده.

اندازه مش سنباده	R_a (μm)	R_{sm} (μm)
۳۲۰	۱۳/۷	۰/۱۸
۴۰۰	۱۱/۰۱	۰/۱۳۸
۸۰۰	۶/۶۴	۰/۰۹۳۷

توجه به گستره وسیع محدوده بسامد، نیاز به استفاده از تعداد زیادی زمان رهایی وجود داشت که پس از بررسی‌های لازم، تعداد ۱۲ عدد زمان رهایی از تنش برای انطباق معادله ماکسول تعمیم‌یافته ۱۲ جزئی) با نتایج مناسب دیده شد. شکل ۴ - الف مربوط به مدول ذخیره و شکل ۴ - ب مربوط به مدول اتلاف است. همان‌طور که دیده می‌شود، انطباق معادلات روی نتایج تجربی در سرتاسر نمودار مناسب است.

نتایج شبیه‌سازی اصطکاک به کمک مدل Heinrich-Kluppel

ابتدا اثر تغییر معادلات گراندروکشنسان در شبیه‌سازی اصطکاک بررسی شد. در شکل ۵، نتایج مربوط به حل معادلات برای معادله Zener تک‌جزئی با یک زمان رهایی از تنش و سپس نتایج مربوط به حل معادلات برای معادلات ماکسول تعمیم‌یافته ارائه می‌شود. این معادلات برای سطح زیر سنبله ۳۲۰ انجام شده و معادلات ماکسول تعمیم‌یافته با ۱۲ زمان رهایی از تنش منطبق شده است. در منحنی مربوط به معادله Zener شکل نمودار کاملاً صاف و با شیب و قله مشخص است. مدل رایانه‌ای وجود قله را در منحنی ضریب اصطکاک بر حسب سرعت نشان می‌دهد که این موضوع نشانه دقت برنامه رایانه‌ای در پیش‌بینی وابستگی ضریب اصطکاک به سرعت لغزش است. در منحنی مربوط به معادلات ماکسول تعمیم‌یافته، شکل نمودار از حالت تک‌قله خارج شده، محل قله اصلی ضریب اصطکاک به سرعت‌های کمتری منتقل شده و ناحیه قله پهن‌تر می‌شود. از علل اصلی این تغییر را می‌توان تعدد زمان استراحت از تنش در معادله منحنی مرجع لاستیک دانست، به گونه‌ای که این تعداد زیاد منجر به افزایش دقت از یک سو و از سوی دیگر ایجاد نوسان اندکی در نمودار می‌شود.

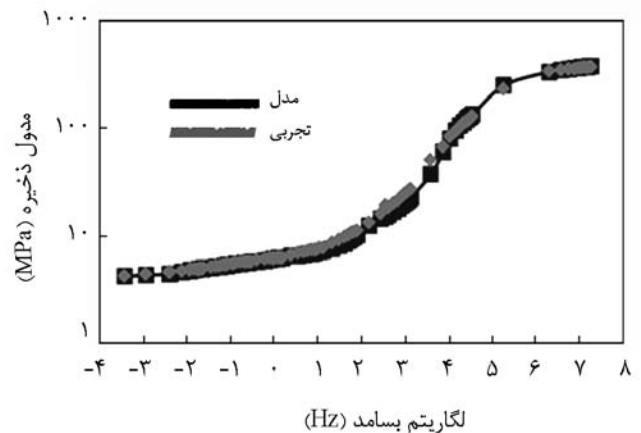


شکل ۵ - نمودار ضریب اصطکاک بر حسب سرعت و مقایسه تغییر مدل گراندروکشنسان.

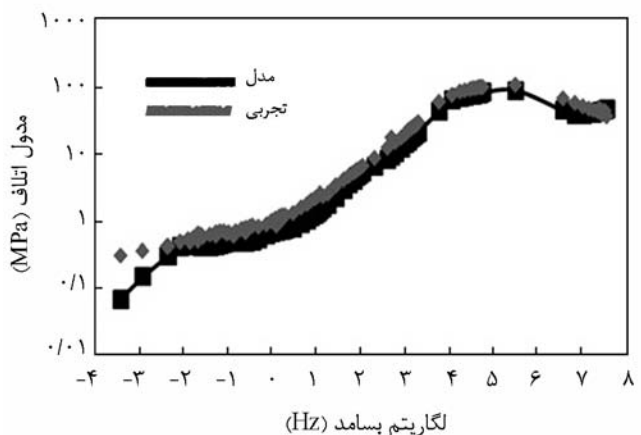
ضریب اصطکاک نیز کاهش می‌یابد. همچنین دیده می‌شود که با افزایش زبری، ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد. با این حال نمی‌توان این رابطه را همیشگی دانست، چرا که ضریب اصطکاک وابستگی پیچیده‌ای به اندازه سطح تماس واقعی، عمق فرورفتگی و مقدار تغییر شکل لاستیک و محدوده بسامد درگیری سطح زبر با زمان‌های رهایی از تنش زنجیرهای پلیمری دارد. تغییر زبری منجر به تغییر این سه عامل می‌شود، بدین ترتیب که با افزایش زبری، سطح تماس واقعی کاهش و عمق نفوذ افزایش می‌یابد. بسته به اینکه مقدار افزایش و کاهش در کدام کمیت بیشتر باشد، ممکن است ضریب اصطکاک افزایش یا کاهش یابد.

برازش منحنی مرجع به کمک مدل ماکسول تعمیم‌یافته

منحنی مرجع نمونه لاستیکی در شکل ۴ نشان داده شده است. با

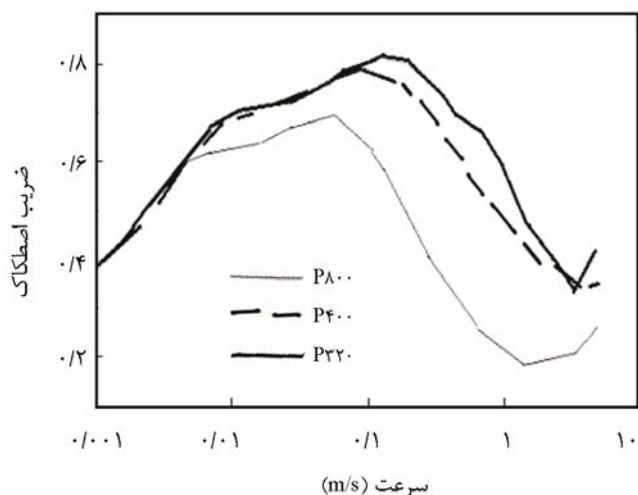


(الف)



(ب)

شکل ۴ - مقایسه منحنی مرجع با معادله رسم شده منطبق بر آن: (الف) مدول ذخیره و (ب) مدول اتلاف.



شکل ۷ - منحنی ضریب اصطکاک بر حسب سرعت برای زبری‌های مختلف سنباده.

با افزایش مش زبری، f که بسامد زبری سطح ساینده است، افزایش می‌یابد. از آنجا که ω یعنی بسامد مربوط به بیشینه اتلاف در لاستیک ثابت است، قله در سرعت‌های (v) کمتری اتفاق می‌افتد.

مقایسه نتایج اصطکاک حاصل از مدل با نتایج تجربی

برای مقایسه نتایج برنامه رایانه‌ای و آزمون‌های تجربی، داده‌های مربوط به زبری و بار عمودی و خواص گرانتروکشسانی به برنامه داده شد و برازش مدل روی داده‌های تجربی حاصل شد. از آنجا که در این پژوهش، معادلات گرانتروکشسانی استفاده شده تغییر یافت، بنابراین نتایج مربوط به هر دو معادلات گرانتروکشسانی (Zener و ماکسول تعمیم‌یافته) با داده‌های تجربی مقایسه شد.

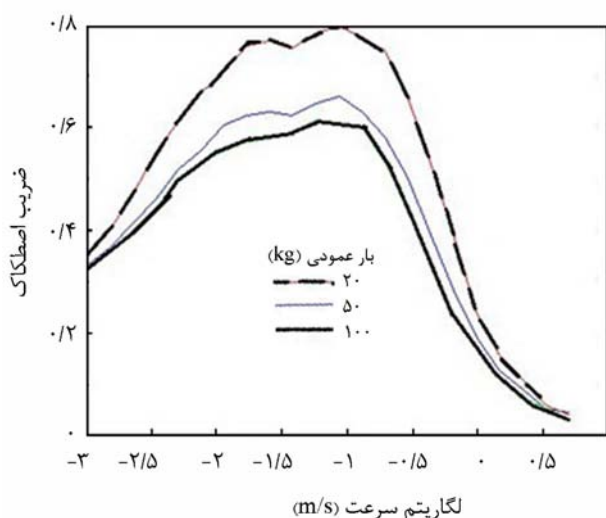
در شکل‌های ۸ تا ۱۰ نتایج حاصل از انطباق معادله ماکسول تعمیم‌یافته و معادله Zener با آزمون‌های تجربی برای سه نمونه سنباده ۳۲۰، ۴۰۰ و ۸۰۰ ارائه شده است. در هر نمودار تلاش شد، بهترین برازش برای مدل رایانه‌ای و نتایج تجربی حاصل شود. مقدار انطباق مدل با شرایط تجربی در سرعت‌های کمتر بهتر بوده است و هرچه سرعت افزایش می‌یابد، این انطباق ضعیف می‌شود.

همان‌طور که از این سه نمودار مشخص است، مدل اصلاح‌شده Heinrich-Kluppel محدودیت پیش‌بینی روند تغییر ضریب اصطکاک را در هر سه نمونه سنباده برای سرعت‌های متوسط و زیاد ندارد. هرچه سرعت زیاد شده و به قله نمودار نزدیک می‌شود، از دقت انطباق مدل و نتایج تجربی کم می‌شود. با این حال برنامه رایانه‌ای مبتنی بر معادله گرانتروکشسانی ماکسول تعمیم‌یافته، قابلیت نسبتاً خوبی در

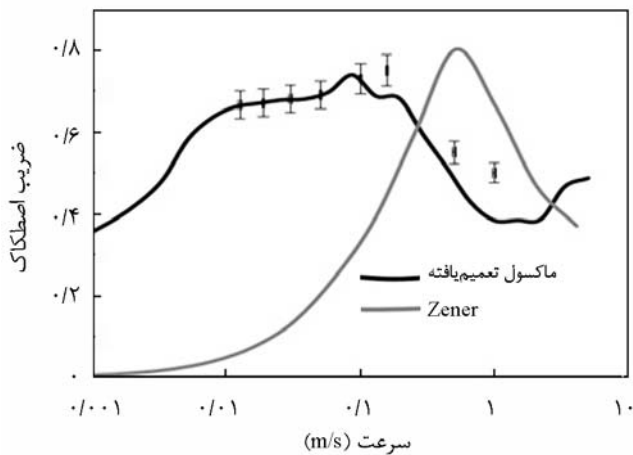
در مرحله بعد اثر تغییر بار عمودی بر ضریب اصطکاک مطالعه شد. بار عمودی اعمالی بر لاستیک نقش مهمی در مقدار نهایی ضریب اصطکاک دارد. به‌طور کلی، با افزایش مقدار بار عمودی در حرکت لاستیک روی سطوح زبر، ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد [۱۲]. در شکل ۶ اثر تغییر بار عمودی روی ضریب اصطکاک حاصل از شبیه‌سازی نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است، با افزایش بار عمودی، ضریب اصطکاک روند کاهشی نشان می‌دهد. بنابراین، شبیه‌سازی وابستگی ضریب اصطکاک به بار عمودی را نیز به‌خوبی پیش‌بینی می‌کند.

بررسی اثر زبری بر ضریب اصطکاک به کمک شبیه‌سازی انجام شد. از مقایسه سه منحنی شکل ۷ مشاهده می‌شود، مدل قابلیت نشان‌دادن اثر تغییر زبری را روی محل قله دارد، به‌طوری که با کاهش مش زبری، محل قله به سمت سرعت‌های بیشتر جابه‌جا می‌شود. این امر مطابق با پیش‌بینی نظری است، چرا که زبری با مش کوچک‌تر معرف ناهمواری‌های بزرگ‌تر سطح و فواصل بیشتر بین قله‌هاست. بنابراین، بسامد بارگیری کمتر است و لاستیک به سرعت‌های بیشتر برای رسیدن به حداکثر اتلاف نیاز دارد. از طرفی، هرچه مش زبری بیشتر شود، بسامد نوسانات بیشتر شده و در نتیجه لاستیک برای داشتن امکان رهایی از تنش به سرعت کمتر و زمان بیشتری نیاز دارد. این رابطه را می‌توان در معادله (۲) مشاهده کرد:

$$\omega = 2\pi v f \quad (2)$$



شکل ۶ - بررسی اثر تغییر بار عمودی بر ضریب اصطکاک محاسبه شده به کمک مدل.



شکل ۱۰ - مقایسه نتایج ضریب اصطکاک بر حسب سرعت، حاصل از مدل با داده‌های تجربی برای سطح سنباده P800 و $b = 240$.

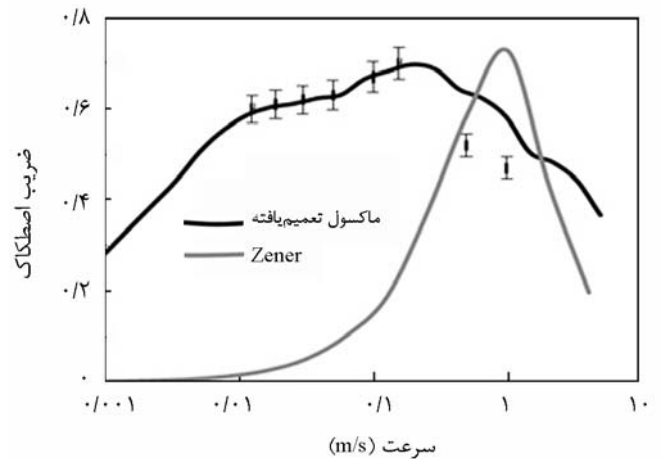
فاقد پرکننده فراهم ساخت. این محدوده سرعت لغزش با مقادیر مربوط به رد پای تایر حین شرایط غلتشی متناسب تر است. همچنین، با افزایش مش سنباده (کاهش زبری) مقدار انطباق مدل و نتایج تجربی، در محدوده‌های کمتری از سرعت روی می‌دهد.

نتیجه گیری

همان‌طور که دیده شد، شبیه‌سازی انجام شده با استفاده از مدل Heinrich-Kluppel توانست رفتار تغییرات ضریب اصطکاک را با بار عمودی و سرعت لغزش به خوبی نشان دهد. با تغییر معادله تک جزئی Zener به معادله گرانروکشسانی چند جزئی ماکسول تعمیم یافته، ناحیه قله منحنی اصطکاک پهن تر شده و تطابق بهتری با نتایج تجربی در سرعت‌های زیاد لغزش حاصل می‌شود. این سرعت‌ها شرایط عملی لغزش لاستیک را در انتهای رد پای تایر بهتر از سرعت‌های خیلی کم نمایندگی می‌کنند. مدل Heinrich-Kluppel اصلاح شده، می‌تواند تغییراتی را در مکان قله ضریب اصطکاک متناسب با تغییرات زبری سطح ساینده (بسامد زبری) نشان دهد.

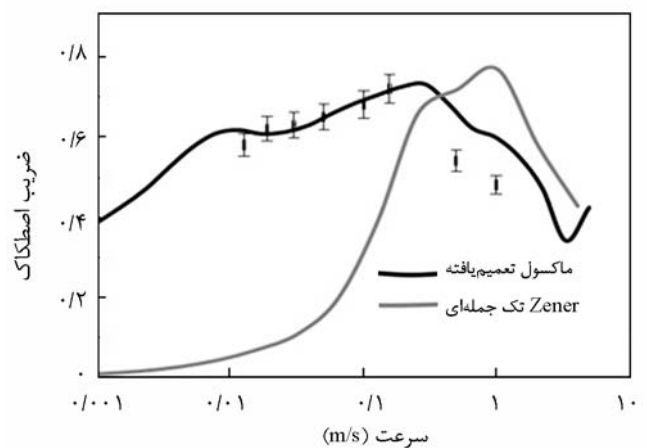
قدردانی

از آقای دکتر محمد رضا پورحسینی از دانشگاه مالک اشتر برای فراهم آوردن منحنی مرجع رفتار گرانروکشسانی نمونه لاستیکی تشکر و قدردانی می‌شود.



شکل ۸ - مقایسه نتایج ضریب اصطکاک بر حسب سرعت حاصل از مدل با داده‌های تجربی برای سطح سنباده P320 و $b = 26$.

نشان دادن محل قله دارد و در نواحی پیش از قله نیز انطباق خوبی نشان می‌دهد. در حالی که برنامه رایانه‌ای مبتنی بر معادله گرانروکشسانی Zener تک جمله‌ای، با وجود تلاش زیاد برای برازش با نتایج تجربی، قابلیت برازش در این سرعت‌ها را ندارد. بنابر آزمایش‌های Heinrich-Kluppel، تنها در حالتی انطباق دیده می‌شود که در سرعت‌های بسیار کمتر از نتایج تجربی حاضر، آزمایش اصطکاک انجام شده و نتایج آنها در سرعت‌های کم با مدل منطبق شوند. در این حالت نیز مدل قابلیت نشان دادن ناحیه قله را ندارد و فقط در سرعت‌های کم انطباق نشان می‌دهد [10]. بنابراین، جایگزینی معادله گرانروکشسانی ماکسول تعمیم یافته دست‌یابی به انطباق مناسب را در محدوده‌های بیشتر سرعت و به ویژه نواحی نزدیک قله برای کاغذ سنباده و آمیزه



شکل ۹ - مقایسه نتایج ضریب اصطکاک بر حسب سرعت، حاصل از مدل با داده‌های تجربی برای سطح سنباده P400 و $b = 16/3$.

مراجع

1. Stachowiak G.W., *Engineering Tribology*, 3rd ed., Elsevier, Burlington, 651-705, 2005.
2. Moore D.F. and Gayer W., A Review of Hysteresis Theories for Elastomers, *Wear*, **30**, 1-34, 1974.
3. Gopalan M.K., Influence of Surface Texture on Hysteretic Friction of Rubber, *Wear*, **52**, 105-115, 1979.
4. Pinnington R.J., The Velocity and Temperature Dependence of Rubber Friction, *Wear*, **267**, 1653-1664, 2009.
5. Nettigsmeier J. and Wriggers P., Frictional Contact of Elastomer Materials on Rough Rigid Surfaces, *P. Appl. Math. Mech.*, **4**, 360-361, 2004.
6. Nettigsmeier J. and Wriggers P., Frictional Contact of Rubber on Rough Rigid Surfaces, *P. Appl. Math. Mech.*, **6**, 249-250, 2006.
7. Gabriel P., Thomas A.G., and Busfield J.J.C., Influence of Interface Geometry on Rubber Friction, *Wear*, **268**, 747-750, 2010.
8. Palasantzas G., Influence of Self-affine Roughness on the Adhesive Friction Coefficient of Rubber Body Sliding on a Silid Substrate, *Appl. Surf. Sci.*, **565**, 191-196, 2004.
9. Greenwood J.A. and Williamson J.B.P., Contact of Nominally Surfaces, *Wear*, **118**, 300-319, 1966.
10. Kluppel M. and Heinrich G., The Meeting of Rubber Division, *Rubber Chem. Technol.*, **73**, 578-607, 2000.
11. Le Gal A., Yang X., and Kluppel M., Evaluation of Sliding Friction and Contact Mechanics of Elastomers Based on Dynamic-Mechanical Analysis, *J. Chem. Phys.*, **123**, 192-206, 2005.
12. Le Gal A., Guy L., Orange G., Bomal Y., and Kluppel M., Modelling of Sliding Friction for Carbon Black and Silica Filled Elastomers on Road Tracks, *Wear*, **264**, 606-616, 2007.
13. Razzaghi-Kashani M. and Esmaceli R., Design, Construction, and Evaluation of Rubber Friction Tester, *J. Polym. Sci. Technol.*, **24**, 153-164, 2011.
14. Shaw M.T. and MacKnight W.J., *Introduction to Polymer Viscoelasticity*, 3rd ed., Wiley, 64, 2005.
15. Lazeration J.J., An Investigation of the Slip of a Tire Tread, *Tire Sci. Technol.*, **25**, 78-95, 1997.
16. Razzaghi-Kashani M., Behazin E., and Fakhar A., Construction and Evaluation of a New Tribometer for Polymers, *Polym. Test.*, **30**, 271-276, 2011.