

# مدلسازی ریاضی و رایانه‌ای دینامیک تعليق لیفهای انعطاف‌پذیر

Mathematical and Computational Modeling of Dynamic of Flexible Fibers in Suspension

نورا... کیثری بیدهندی، محمد رضا ابراهیمیان

نارمک، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی شیمی، آزمایشگاه تحقیقاتی مشابه‌سازی فرایندها

دربافت: ۷۸/۶/۲۳، پذیرش: ۷۷/۶/۲۱

## چکیده

یکی از روش‌های ساختن کامپوزیت‌های لیفی-پلیمری، قرار دادن لیفهای خرد و گوتاه در یک سیال است. در این کامپوزیتها، آراش لیف در جهتی ویژه بر توان قطعه در آن جهت می‌افزاید. بنابراین، بررسی تعییر شکل و آراش لیف بر حسب زمان بسیار سودمند خواهد بود. با استفاده از الگوی ریاضی پیشمان و کثیری و با درنظر گرفتن انعطاف‌پذیری لیف، این بررسی را می‌توان انجام داد. بر اساس این الگو، یک بسته نرم‌افزار بسیار کارآمد به نام FIBSIM بdst آمده است. با کمک این نرم‌افزار، نخست پدیده تعییر شکل لیف در سه حوزه جریانی خطی، سه‌می و سیال درون لوله و سپس دو پدیده سرعت نیم چرخش و لغزش لیف در جریان سیال درون لوله بررسی و نتایج بر حسب گروههای بدون بعد در نمودارهایی رسم شده است که بخشی از آن در اینجا ارائه می‌شود.

واژه‌های کلیدی: پلاستیکهای تقویت شده با الیاف، الیاف کوتاه، کامپوزیت، جهتگیری الیاف، رئولوژی کامپوزیت‌های پلیمری

Key Words: fiber reinforced plastics, short fiber, composite, fiber orientation, polymer composites rheology

## مقدمه

کمک مفهوم تاسور به شکل همگانی‌تر عرضه کرد [۳]. ماسون و همکارانش مطالعات مزبور را در حوزه‌های جریانی گوناگون آزمودند [۴]. پیشمان و کثیری با حذف فرض حوزه جریانی خطی، راه را برای کاربرد مدل‌های ریاضی یادشده در مواردی چون قالبگیری تریکی هموار کردند [۵]. با پدید آمدن نگرش دینامیک ذره‌های قلم گون، برای نخستین بار امکان محاسبه میزان و حالت خم شدن لیف داخل حوزه جریانی و نیز لغزش لیف فراهم گردید. گوناپاسک و هرل برای نخستین بار ضریب خم شوندگی لیف را وارد معادله کردند [۶]. فرانکو لیفها را دارای خم شوندگی محدود، کش نیامدنی و مقاوم در برابر پیچش در نظر گرفت و با برقراری موازنۀ تیروها و ممان روی المانی از لیف، رابطه‌های دیفرانسیلی حاکم بر سرعت و تش لیف را معین کرد [۷]. پیشمان و کثیری به گسترش کار فرانکو پرداخته‌اند. در این

بررسی دینامیک تعليق ذره‌های قلم گون از سال ۱۹۲۰ آغاز شده است. انگیزه اولیه در بررسی این موضوع به وسیله دیدگاه جداسازی فازی و مدل‌سازی رئولوژیکی سیالهای دو فازی ایجاد شد و سپس در فرایندهای تولید مواد کامپوزیتی جایگاهی تازه یافت. نخستین کار در این زمینه را جفری با بررسی حرکت ذره‌های بیضوی شکل صلب در یک سیال انجام داد [۱]. در این بررسی اولیه، پدیده‌هایی نظری برخورد ذرات با یکدیگر، پیچش و خرد شدن الیاف یا میزان خم شوندگی لیف مدنظر قرار نگرفته بود و سرعت برش سیال در درازای لیف ثابت فرض شده بود. طی این کار، جفری نتیجه گرفت که حرکت ذرات بیضوی شکل، چرخشی و تناوبی خواهد بود. تیلور با انجام آزمایش‌های عملی، صحبت نتایج این پژوهشگر را تایید کرد [۲]. بری در تون معادلات جفری را به

- از آن برداشته شود، به شکل نخستین خود باز می‌گردد.
- ۴- مقاومت لیف در برابر پیچش بی‌نهایت است.
  - ۵- سیال گرانزو، نیوتی و تراکم ناپذیر است.
  - ۶- نیروی شناوری خنثی، سطح مقطع لیف ثابت و ماده لیف همگن است.
  - ۷- نیروهای بیرونی بر لیف وارد نمی‌شود، مانند حوزه‌های مغناطیسی و الکتریکی و برخورد با جسمهای دیگر (دیواره، لیف).

درستی این فرضها در پلاستیکهای تقویت شده آزمایش گردیده است. البته باید توجه داشت که فرض پنجم درباره سیالهای پلیمری که در صنعت مد نظر است معتبر نیست و این فرض فقط در الگوی اصلی به منظور سادگی کار اعمال شده است. به همین دلیل کار فعلی با مدل‌سازی روی سیالهای نیوتی آغاز و با سیالهای تابع مدل یینگهام جهت همخوانی بیشتر با شرایط عملی ادامه یافته است. در این الگو، برای تعریف محور لیف در فضای از هندسه دیفرانسیلی استفاده می‌شود و با کمک‌گیری از نگرش جسمهای قلم‌گون معادله‌های حاکم بدست می‌آیند. جهت موازن نیرو و ممان از یک المان دیفرانسیلی،  $ds$ ، در  $S = S_0 + f$  از لیف (شکل ۱) استفاده شده است. ممان درونی و پخشی وارد بر لیف به ترتیب  $M$  و  $m$  و نیروهای درونی و پخشی وارد بر لیف به ترتیب  $F$  و  $f$  در نظر گرفته شده است. با انجام موازن‌های معادلات زیر برای نیرو و ممان بدست می‌آیند:

$$F' + f = 0 \quad (1)$$

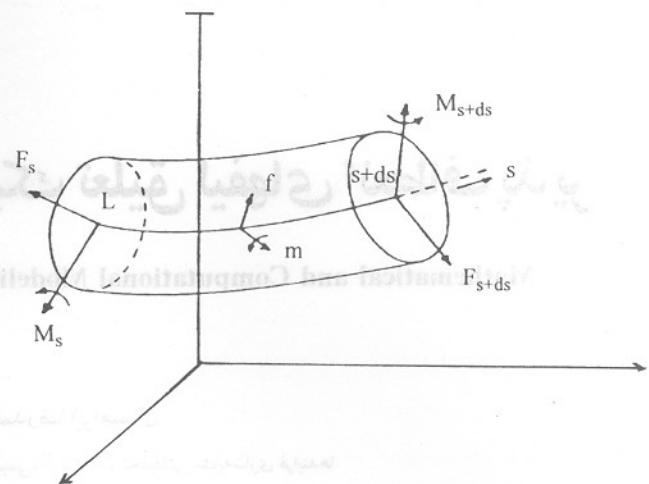
$$M' + m + (tF) = 0 \quad (2)$$

که در آن  $(1)$  نشانه مشتق کمیت موردنظر بر حسب  $s$  است. از دیدگاه این نگرش زمانی که لا غری یک جسم استوانه‌ای افزایش می‌یابد، رفتہ رفتہ حجم آن با سیال پیرامون گرفته می‌شود و در نهایت فقط محور آن باقی می‌ماند. نگرش جسمهای قلم‌گون به جای درازای یک جسم استوانه‌ای، منحنی محور آن جسم را در نظر می‌گیرد. این منحنی همان پخش نیروهای نقطه‌ای روی یک خط است.

این پدیده را کاکس  $[8]$  بررسی کرده و رابطه‌ای بین سرعت سیال دست نخورده و نیروی آبدست آورده است که اگر نسبت ویژه  $\frac{2L}{k}$  به اندازه کافی بزرگ باشد، یک تناسب مستقیم بین نیروهای موضعی وارد بر جسم و سرعت لغزش موضعی بدست می‌آید که معادله آن عبارت است از:

$$f_{(s)} = \frac{2\pi\mu}{Lnk} [2I - t](U - V) + O(Lnk)^2 \quad (3)$$

که در آن  $I$  ممان دوم سطح مقطع لیف و  $O(Lnk)$  تابعیت خطاست. این



شکل ۱ - موازن نیروها و مماثلهای وارد بر یک المان دیفرانسیلی لیف.

نوشتار الگوی پیمان - کثیری و روش حل عددی آن آورده شده و در پی آن، روش کار ارائه می‌شود. سپس، درباره پدیده‌های تغییر شکل، سرعت نیم چرخش و لغزش لیف در سیال، که با کمک نرم‌افزار بررسی شده، به کمک نمودارهای مربوط شرح داده می‌شود. آنگاه، با بحث و نتیجه‌گیری این نوشتار به پایان می‌رسد.

در پایان، ذکر این نکته ضروری است که نتایج مطالعات انجام شده در این مقاله، بر مبنای سه حوزه جریانی ساده و شناخته شده جریان سیال درون لوله، سهمی و خطی صورت گرفته است، در حالی که از دیدگاه کاربردی، با حوزه‌های جریانی و رفتارهای رئولوژیکی سیار پیچیده‌تری در فرایندهای قالبگیری تزریقی یا اکستروژن و غیره مواجه‌ایم. این امر، الزام کارهای بیشتر و عملی‌تر را برای هرچه کاربردی تر کردن مدل ارائه شده نمایان می‌سازد و این کار هم اکنون در حال انجام است.

#### اساس نظری

در زمینه حرکت لیف در سیال  $[8, 9]$ ، نگرشهای گوناگونی وجود دارد. برخی از آنها لیف را کاملاً سخت و برخی دیگر لیف را بی مقاومت در برابر خم شدن فرض می‌کنند. در تمام آنها، سرعت برش سیال در درازای لیف ثابت فرض می‌شود.

یکی از الگوهای نوین، الگوی پیمان - کثیری است. فرضهای این الگو عبارتند از:

۱- لیف کاملاً کش نیامدنی است و اندازه آن به حدی بزرگ است که بتوان از حرکت براونی چشم پوشی کرد.

۲- حرکت لیف شبیه ایستاست (جریان خرزشی).

۳- لیف جسمی کاملاً کشسان است. یعنی، اگر همه نیروها و ممانها

است. برای اراضی شرایط مرزی در مسئله مقدار مرزی، چند نقطه در دو انتهای دو لیف باز جایابی می‌شوند که روش صافکاری انتهای لیف نام نهاده شده است.  $U$  سرعت سیال دست نخورده، به شکل رابطه‌ای تحلیلی باید از پیش مشخص باشد. پیتمان و کثیری با کمک این الگو، به بررسی در حوزه جریانی خطی و سه‌می پرداخته‌اند. طبق کارهای انجام شده، مشخص گردیده است که مدل مناسبتر برای بیان رفتار سیالهای پلیمری متعارف، مدل قانون توانی یا تلفیقی از این مدل با مدل بینگاهام است [۱۰ - ۱۱] که در این صورت اندیس رفتاری سیال باید در دماها و شرایط مختلف به روش‌های تجربی معین گردد و این امر مستلزم محدود کردن دامنه کار به یک سیال پلیمری مخصوص است: جهت کلی تر کردن دامنه تحقیق فعلی و به منظور گسترش کار پیتمان و کثیری، علاوه بر مدل سیال نیوتونی، جریان سیال بینگاهام نیز در بانک اطلاعاتی نرم افزار گنجانیده شده است که انتخاب هر کدام از این دو مدل بستگی به نیاز کاربرد دارد. در گسترش کار ایشان در حوزه جریانی، جریان سیال درون لوله و سیال بینگاهام، به دلیل کاربرد عملی و صنعتی بیشتر، در بانک اطلاعاتی بسته نرم افزار گنجانده شده است. معادله جریان سیال نیوتونی درون لوله عبارت است از:

$$V_z = \frac{\Delta P R^4}{2\mu L} [1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2] \quad (7)$$

$$V_r = V\theta = 0$$

در اینجا  $\Delta P$  افت فشار در لوله،  $R$  شعاع لوله،  $L$  درازای لوله و  $V_z$  سرعت سیال همسوی محور لوله است. پارامترهای  $r$ ،  $q'$  و  $q''$  در معادله های ۴ و ۵ باید در هر نقطه واقع بر لیف برآورد شوند. برای رسیدن به این خواسته از گذراندن یک سه‌می روی نقطه‌ها استفاده شده است و حالت‌های ویژه‌ای که ممکن است رخ دهد، پیش‌بینی شده و رابطه‌های آنها بدست آمده است. از دید روش سه‌می، صفحه مimas بر لیف در نقطه I واقع بر لیف (صفحه‌ای که در برگیرنده خطهای مimas و عمود بر نقطه I است) را می‌توان به تقریب در برگیرنده دو تکه لیف هم‌جوار نقطه I (تکه لیف از I-I<sub>1</sub> و تکه لیف از نقطه I-I<sub>2</sub>) فرض کرد (شکل ۲). در این صفحه یک چهارچوب موضعی را می‌توان تعریف کرد که مرکز آن وسط خط دو تکه هم‌جوار نقطه I است. بدین ترتیب، مختصات نقطه X<sub>1</sub> را می‌توان تعریف و محورهای مختصات دستگاه موضعی (x, y) را مشخص کرد. حال شکل لیف در همسایگی نقطه I با یک سه‌می به شکل  $f = a + b\zeta^2$  تعریف می‌شود. بر این مبنای مشتقهای عددی مطلوب معین شده و سپس، به روش‌های عددی حل شده‌اند. برای حل مسئله مقدار مرزی از روش توماس استفاده شده و برای حل مسئله مقدار نخستین، روش پیش‌بینی و تصحیح اویلر ساده و اویلر اصلاح شده سود

معادله در واقع شکل ساده‌شده معادله نگرشن جسمهای قلم‌گون است که در آن  $(s)$  نیرویهای واحد درازای لیف در موقعیت  $s$  (روی محور لیف)،  $U$  سرعت سیال دست نخورده،  $V$  سرعت لیف،  $L$  نصف درازای لیف،  $\tau$  شعاع لیف و  $\mu$  گرانزوی سیال است. چون در عمل نسبت ویژه لیف بزرگتر از ۱۰۰ است، بکار بردن معادله ۱ در مدل مانع ندارد.

با برقراری موازنی نیرو و ممان روی درازای لیف و بکار بردن معادله ۱، معادله زیر برای حرکت لیف بدست می‌آید:

$$V = X' = U + \frac{Lnk}{2\pi\mu} [(T' + Bq', q)t + \frac{1}{2}(Tq - Bq', q + Bqr')] - n \cdot \frac{B}{2}(2\tau q' + qr')b] \quad (4)$$

این معادله مسئله مقدار نخستین الگوست، که شکل نخستین لیف به عنوان شرط نخستین این معادله است. در اینجا  $V$  سرعت حرکت لیف،  $X'$  مشتق مختصات لیف نسبت به زمان،  $T'$  و  $\tau$  تنش در درازای لیف (مشتق تنش نسبت به  $s$ ،  $B$  نشانگر اندازه خم‌شوندگی لیف،  $a$  برداریکه مimas بر لیف،  $n$  بردار عمود بر خط مimas لیف،  $b$  سومین برداریکه روی هر نقطه از (عمود بر  $a$  و  $b$ )،  $q'$  و  $q''$  به ترتیب خوش لیف، مشتق اول خم نسبت به  $s$  و مشتق دوم خم نسبت به  $s$  و  $\tau$  کمیتهای عددی نشان‌دهنده اندازه پیچش لیف است.

با مشتق‌گیری از معادله ۲، برای بدست آوردن  $V'$  و جانشینی آن در معادله حاصل از فرض کش نیامدنی بودن لیف، معادله زیر برای محاسبه تنش در درازای لیف بدست می‌آید:

$$T'' = U' - \frac{1}{2}q^2 T + \frac{3}{2}Bqq' + Bq'' - \frac{1}{2}Bq^2 \tau^2 - \frac{2\pi\mu}{Lnk} q(\pm L) = q'(\pm L) = 0 \quad (5)$$

این معادله همان مسئله مقدار مرزی الگو است که بدین گونه الگوی ریاضی پیتمان-کثیری کامل می‌شود. چون حل تحلیلی این معادله ها ممکن نیست، این معادله ها به روش عددی حل می‌شوند. در روش عددی برای تعریف شکل نخستین لیف و آسانی کاربرد، شکل لیف روی دو صفحه  $X_1$  و  $X_2$  تصویر شده که تابعهای آن در زیر آمده است:

$$X_2 = f_{21}(X_1) \quad X_3 = f_{31}(X_1) \quad (6)$$

در اینجا برای دوتابع  $X_1$  و  $X_2$ ، چندجمله‌ایهای درجه ۳ برگزیده شده است. نخستین کار روش عددی، مشخص کردن نقطه‌هایی با فاصله برابر روی دارازای لیف است. برای این کار از روش تکرار استفاده شده

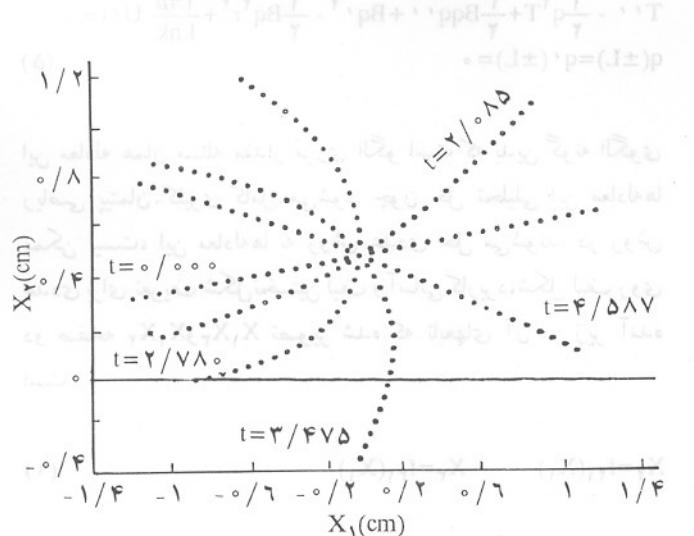
در سه سطح مختلف توضیحی، صنعتی و علمی از این نرم‌افزار سود جوید و تغییر شکل لیف را لحظه به لحظه روی صفحه نمایش ببیند و در پایان در پرونده خروجی برنامه، خواسته‌های تغییر خود را بیابد.

با کمک نرم‌افزار FIBSIM، تغییر شکل در حوزه‌های جریانی خطی، سه‌می و سیال درون لوله بررسی شده و این تغییرات بر حسب گروههای بدون بعد در هشت نمودار مختلف رسم شده‌اند. سپس، به دلیل کاربرد صنعتی بیشتر، پذیده‌های سرعت نیم چرخش لیف و لغزش لیف در دو جهت شعاع و محور لوله در جریان سیال درون لوله بررسی شدند. برای رسیدن به نتیجه، آزمایش‌های رایانه‌ای طراحی و بیش از ۱۵۰ بار (۱۵۰ نیمروز) FIBSIM اجرا شد و نتیجه‌ها در ۱۶ نمودار بر حسب گروههای بدون بعد آورده شد. این نمودارها می‌توانند بنای طراحی‌های خوبی را در صنعت فراهم سازند.

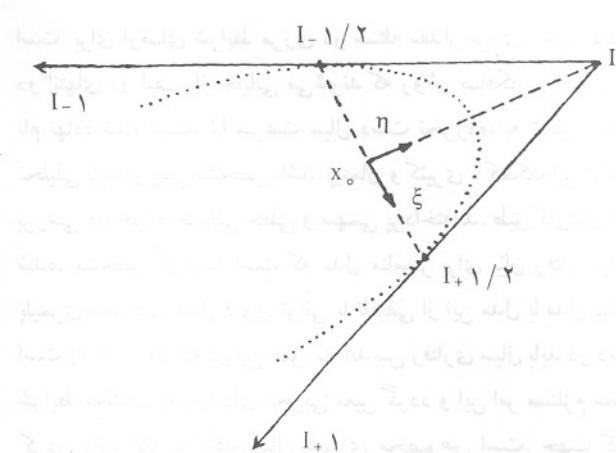
بررسی چند پذیده با بسته نرم‌افزار FIBSIM برای کلی تر بودن نتیجه‌ها و کاربرد آسان‌تر در صنعت، با آنالیز ابعادی، چند گروه بدون بعد بدست آمده است که این گروههای بدون بعد در زیر آورده شده‌اند:

$$S = \frac{E}{\mu \gamma' (L/r)^{\frac{1}{2}}} \quad R_p = \frac{L}{r} \quad G = \frac{\Gamma \gamma'''}{\gamma'} \quad t = \tau \gamma'$$

در اینجا  $E$  مدول یانگ،  $\mu$  گرانزوی سیال،  $L$  نصف درازای لیف،  $r$  شعاع لیف،  $t$  زمان جاری،  $\gamma'$  برابر  $\delta u_1 / \delta x_2$  و  $\gamma''$  برابر  $\delta u_1 / \delta x_1$  است.  $U_1$  نیز رابطه سرعت سیال در جهت  $X_2$  است. گروه بدون بعد  $S$



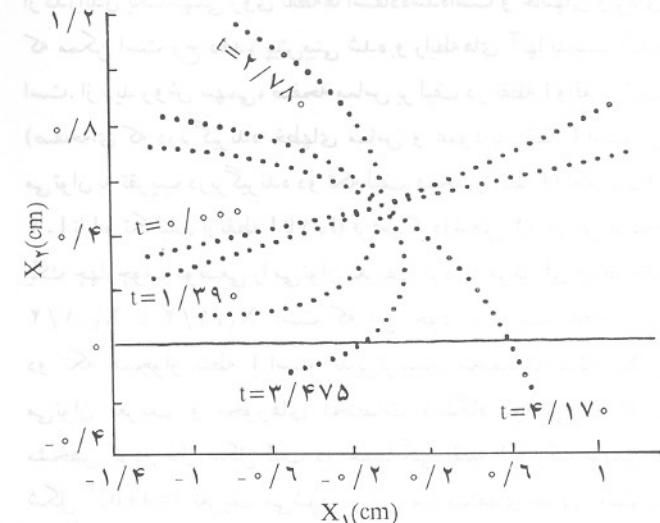
شکل ۴ - تغییر شکل لیف در جریان سیال درون لوله در زمانهای مختلف و بدون بعد.



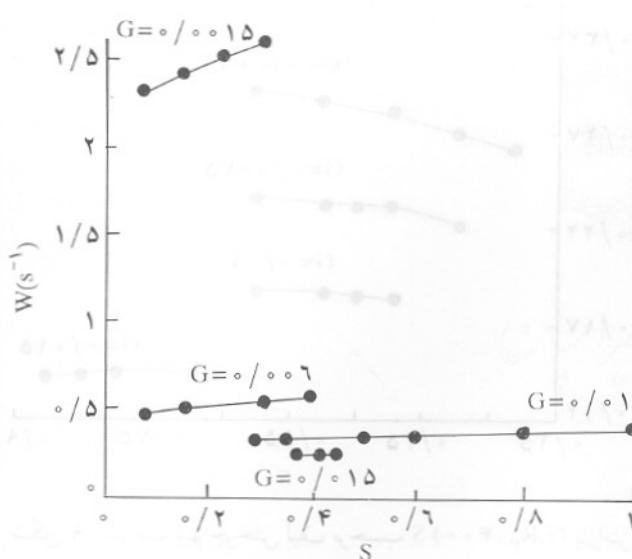
شکل ۲ - سه‌می گذرنده از دو تکه لیف.

جسته شده است. روش برایه روش حل عددی الگوی پیمان-کثیری، یک الگوسازی رایانه‌ای به نام FIBSIM انجام شده است. برنامه‌ای است که به زبان برنامه‌نویسی فورترن ۷۷ با همگردن (compiler) - نرم‌افزار فورترن ۱/۵ نوشته شده است.

برنامه از سه بخش ورودی، هسته و خروجی تشکیل شده است. هر کدام از این بخشها دارای زیر برنامه‌های کوچکتری است که در برگیرنده ۱۰۰ زیر برنامه و حدود ۵۰۰۰ خط است. کاربر می‌تواند

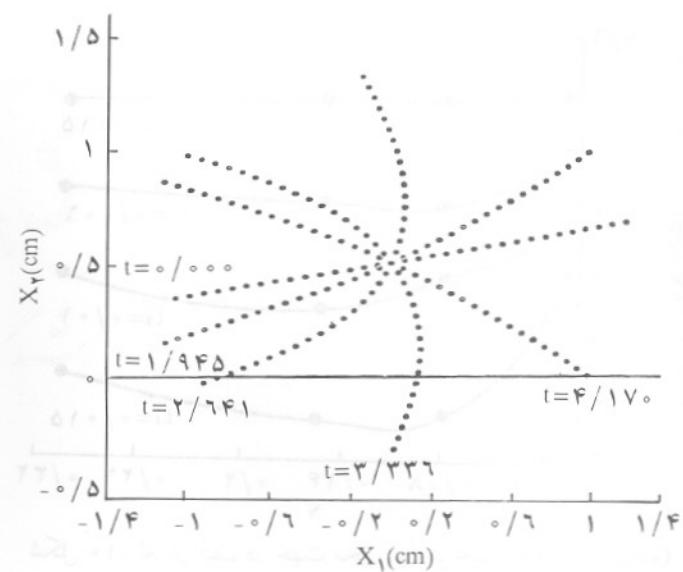


شکل ۳ - تغییر شکل لیف در جریان سیال درون لوله در زمانهای مختلف و بدون بعد.



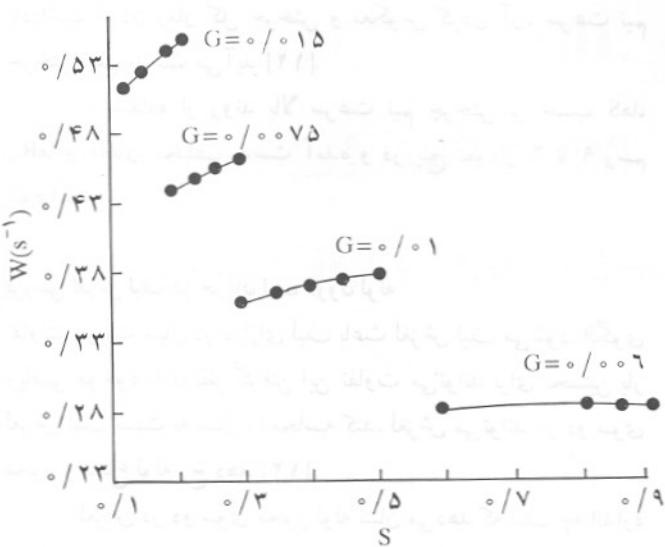
شکل ۷- سرعت نیم چرخش لیف بر حسب  $S$  ( $R_p = 200$  پارامتر).

بررسی تغییر شکل لیف در سه حوزه جریانی تغییر شکل لیف تابعی از گروههای بدون بعد  $S$  و  $R_p$  است که با مقدار دهی به این گروههای فراهم می‌آید. در اینجا لیفی که شکل نخستین آن در حوزه‌های جریانی فراهم می‌آید. در اینجا لیفی که شکل نخستین آن با معادله تعریف شده، درون سه حوزه جریانی، خطی، سهمی و سیال درون لوله اندخته شده است. لیف بر اثر نیروهای وارد بر آن، رفتہ رفتہ خم شده و دوباره بر اثر افزایش خمش و ویژگی مدول یانگ، به شکل خط راست در می‌آید. در هر یک از این حوزه‌های جریانی، لیف باهای متفاوت درون سیال اندخته شده و تغییر شکل لیف، در

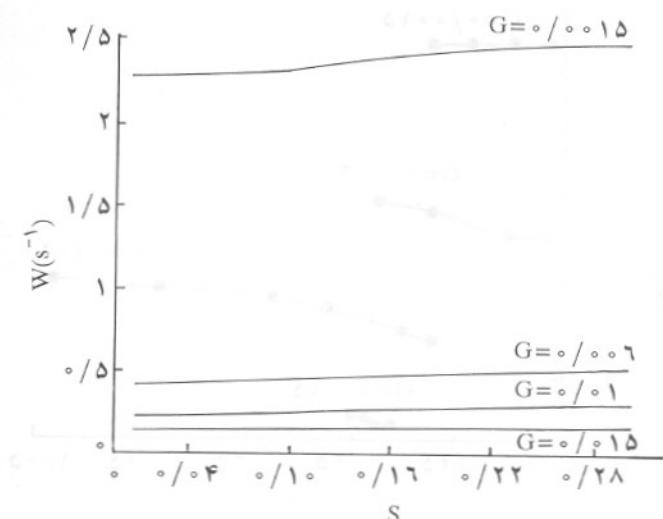


شکل ۵- تغییر شکل لیف در جریان سیال درون لوله در زمانهای مختلف و بدون بعد  $t$  ( $R_p = 400$ ,  $G = 0.06$ ,  $S = 0.6$ ).

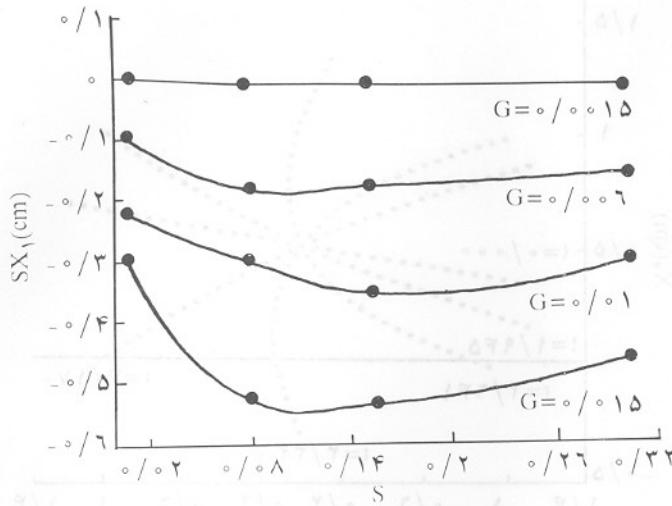
نشان دهنده اندازه انعطاف پذیری لیف است. هر چه  $S$  بزرگتر باشد، انعطاف پذیری لیف کمتر می‌شود. گروه بدون بعد  $R_p$ ، نشان دهنده درازای لیف است. در صورت ثابت ماندن شاعع لیف هرچه  $R_p$  بزرگتر باشد، درازای لیف بزرگتر می‌شود.  $G$  نشان دهنده اندازه تفاوت حوزه جریانی با حوزه جریانی خطی است. هرچه  $G$  بزرگتر باشند، حوزه جریانی خطی دورتر می‌شود. ازمان بدون بعد است. با توجه به گروههای بدون بعد فوق چند پدیده بررسی شده‌اند که نتایج در زیر ارائه می‌شود.



شکل ۸- سرعت نیم چرخش لیف بر حسب  $S$  ( $R_p = 300$  پارامتر).



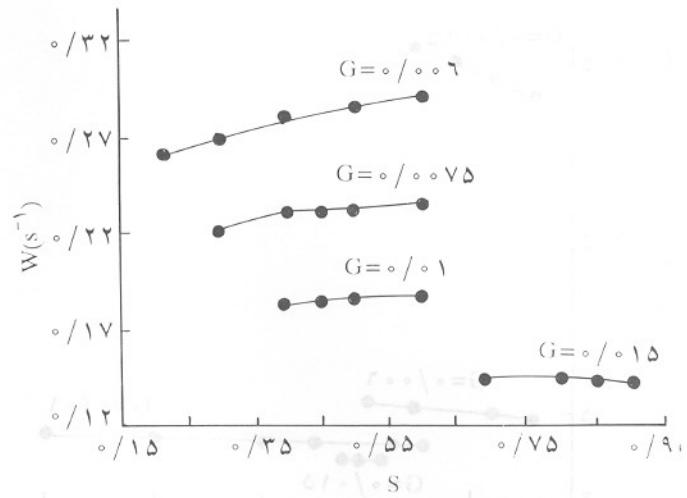
شکل ۶- سرعت نیم چرخش لیف بر حسب  $S$  ( $R_p = 100$  پارامتر).



شکل ۱۰- لغزش لیف در جهت محور لوله بر حسب  $S$  ( $G, R_p = 100$  پارامتر).

بررسی شده است. در نمودارهای ۱۰ و ۱۱ در  $R_p$  های ثابت بر حسب  $S$  و  $G$  های گوناگون رسم شده است.

لغزش لیف در جهت شعاع لوله اهمیت بسیار زیادی دارد، چون همگنی و یکنواختی پخش لیفها در قطعه ساخته شده بستگی به آن دارد. هر کوششی در کاهش  $SX_2$ ، اثر زیادی بر کیفیت قطعه پایانی ساخته شده دارد. در اینجا لغزش لیف در جهت شعاع لوله با  $SX_2$ ، بر حسب سانتیمتر نشان داده شده و اثر پارامترهای  $S$ ،  $R_p$  و  $G$  روی  $SX_2$  بررسی شده است. در نمودارهای ۱۲ تا ۱۵ در  $SX_2$  بر حسب  $S$  در  $G$  های مختلف رسم شده تا اثر  $S$  روی لغزش در جهت شعاع لوله بنحوی

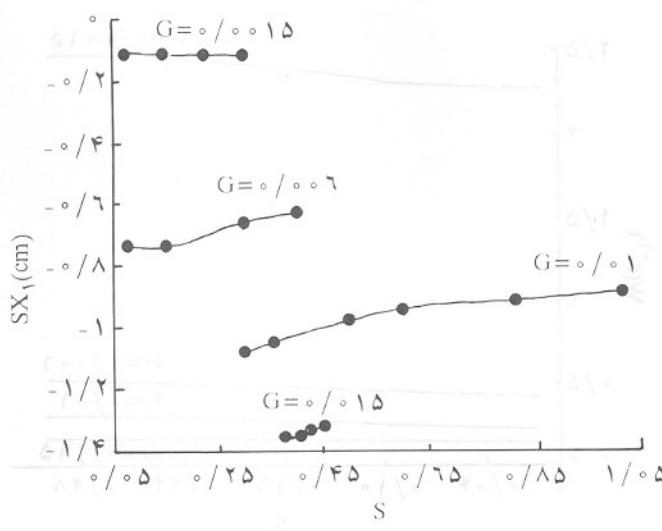


شکل ۹- سرعت نیم چرخش لیف بر حسب  $S$  ( $G, R_p = 400$  پارامتر).

زمانهای مختلف در سه شکل ۳ تا ۵ رسم شده است.

بررسی سرعت نیم چرخش لیف در جریان سیال درون لوله جریان سیال درون لوله کاربرد عملی و صنعتی بیشتری دارد، لذا این حوزه جریانی بیشتر بررسی می شود. یکی از پارامترهای طراحی در فرایندهای ساخت کامپوزیتهای پلیمری، سرعت نیم چرخش لیف. در سیال است. چون هر چه سرعت نیم چرخش لیف بیشتر باشد، درازای لوله تولید که سیال در آن جاری است، کوتاهتر می شود. منظور از نیم چرخش لیف این است که یک لیف به شکل خط راست که با افق زاویه  $8/5$  درجه می سازد، پس از خم و راست شدن و چرخش به اندازه  $163$  درجه دوباره با افق در جهت مخالف زاویه  $8/5$  درجه بسازد. با یادداشت کردن زمان کل چرخش و معکوس کردن آن، سرعت نیم چرخش لیف بدست می آید [۱۲].

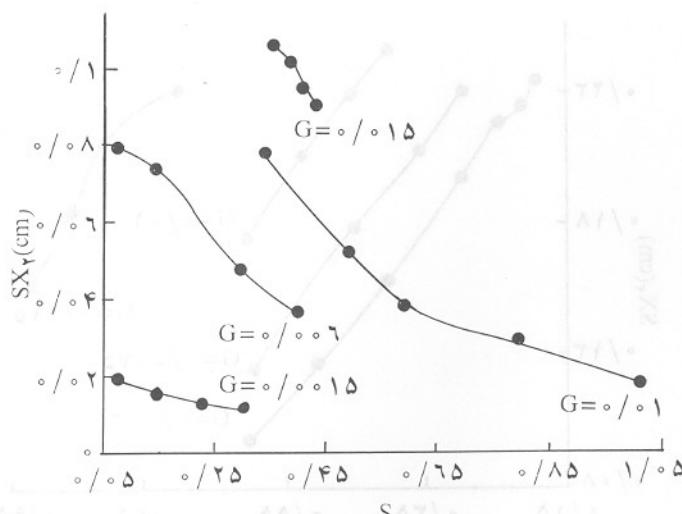
با استفاده از روند بالا سرعت نیم چرخش بر حسب  $S$  ها و  $G$  های مختلف بدست آمده و در پنج نمودار ۶ تا ۹ رسم شده است.



شکل ۱۱- لغزش لیف در جهت شعاع لوله بر حسب  $S$  ( $G, R_p = 200$  پارامتر).

بررسی لغزش لیف در جریان لیف درون لوله تفاوت سرعت سیال در درازای لیف باعث لغزش لیف می شود. الگوی ریاضی موجود با درنظر گرفتن این تفاوت می تواند برای نخستین بار لغزش لیف نسبت به سیال را محاسبه کند. لغزش می تواند در دو سوی محور و شعاع لوله رخ دهد [۱۲].

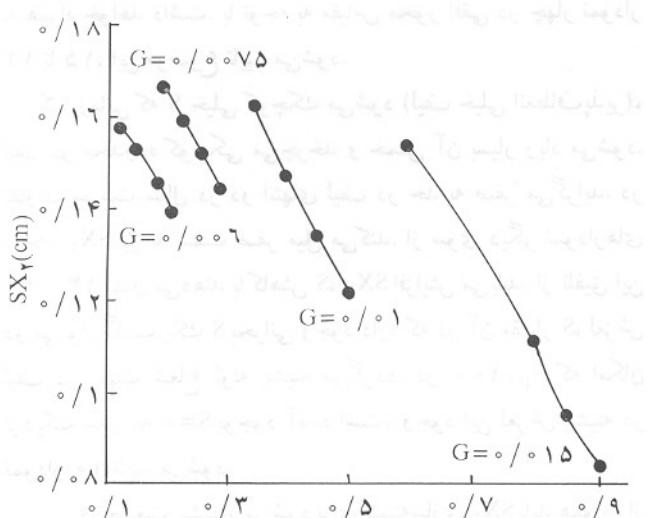
لغزش در دو سوی محور لوله نشان می دهد که لیف چه اندازه از سیال عقب می ماند یا جلو می افتند و در اینجا لغزش در جهت محور لوله با  $SX_1$  بر حسب cm نشان داده شده و اثر  $S$ ،  $R_p$  و  $G$  روی  $SX_1$  رسم شده است.



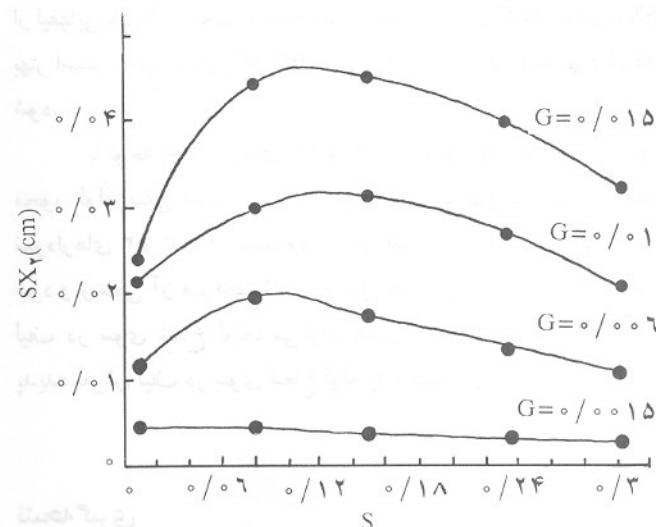
شکل ۱۳ - لغزش لیف در جهت شعاع لوله بر حسب  $S$  ( $G, R_p = 200$  پارامتر).

نمودارهای سرعت نیم چرخش بر حسب  $S$  بیشتر است و این مؤید گفته بالاست.

می‌توان پیشنهاد کرد که در صنعت برای بدست آوردن سرعت چرخش بیشینه و کوتاه شدن درازای لوله، از لیفهایی با  $S$  بالا و سیستمهایی با  $G$ ‌های پایین استفاده شود. در طراحی‌های صنعتی می‌توان با تغییر پارامترهای گروه بدون بعد  $G$  مقدار آن را کاهش داد، مثلاً سرعت سیال را با پمپ تغییر داد و یا اینکه زبری لوله را عوض کرد.



شکل ۱۴ - لغزش لیف در جهت شعاع لوله بر حسب  $S$  ( $G, R_p = 300$  پارامتر).



شکل ۱۵ - لغزش لیف در جهت شعاع لوله بر حسب  $S$  ( $G, R_p = 100$  پارامتر).

## آشکار شود.

## بحث و نتایج

نمودارهای ۳ تا ۱۵ همگی نشان دهنده سازگاری پیش‌بینیهای الگو با واقعیت‌اند. با دقت در نمودارها نتیجه‌های زیر بدست می‌آید:

۱- انتظار می‌رود که در یک حوزه جریانی در صورت ثابت بودن  $R_p$  و  $G$ ، در صورتی که  $S$  کاهش یابد (انعطاف‌پذیری افزایش یابد)، لیف بیشتر خم می‌شود که به این انتظار، با مقایسه نمودارهای ۳ تا ۵، پاسخ مثبت داده می‌شود.

۲- بطور کلی سرعت نیم چرخش لیف تناسب مستقیم با تفاوت سرعت سیال در دو انتهای لیف دارد.

با افزایش  $S$  (کاهش انعطاف‌پذیری)، لیف تعداد خطهای جریان زیادتری را قطع می‌کند و لذا تفاوت سرعت بیشتری در دو انتهای آن بوجود می‌آید و انتظار می‌رود لیف زودتر بچرخد. با توجه به نمودارهای ۶ تا ۹ دیده می‌شود که عموماً با افزایش  $S$  سرعت، نیم چرخش لیف بیشتر می‌گردد و این امر تایید می‌شود.

۳- در نزدیکی دیواره لوله، تغییرات سرعت سیال نسبت به مرکز لوله خیلی بیشتر است. از سوی دیگر، لیف سخت در نزدیکی دیواره، تفاوت سرعت بیشتری را روی دو انتهایش حس می‌کند. از این رو، انتظار می‌رود با کاهش  $G$  (افزایش  $X_2$ ) اثر تغییرات  $S$  روی سرعت نیم چرخش بیشتر شود. نمودارهای ۶ تا ۹ نشان می‌دهند، در  $G$ ‌های کوچکتر، شب

از لیفهای با  $R_p = 400$  کوچکر استفاده شود. همچنین، برای کاهش پیشتر SX<sub>2</sub> بهتر است از سیستمهایی که G<sub>1</sub> های پایین در آن حاکم است بهره گرفته شود.

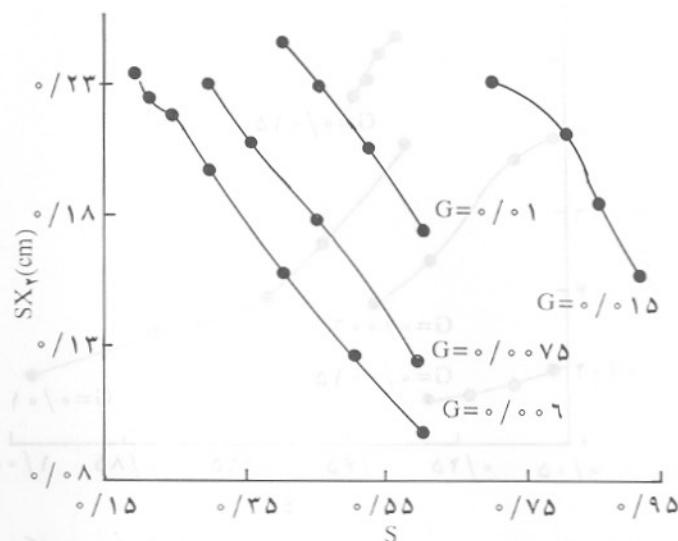
با توجه به نمودارهای ۱۰ و ۱۱ دیده می‌شود، لغزش در سوی محور لوله منفی است و روند نمودارهای مذکور بر عکس روند نمودارهای ۱۲ تا ۱۵ است. ولی، اگر قدر مطلق SX<sub>1</sub> در نظر گرفته شود و از منفی آن صرفنظر شود، به دلیل تشابه این پدیده با پدیده لغزش لیف در سوی شعاع لوله، می‌توان همان نتیجه‌های بدست آمده در پدیده لغزش لیف در سوی شعاع لوله را بدست آورد.

### نتیجه‌گیری

الگوسازی ریاضی و رایانه‌ای دینامیک تعلیق الیاف با خم‌شوندگی محدود از دیدگاه مدل پیمان و کثیری ارائه شده و حل عددی مدل مزبور در سه حوزه جریانی مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. در ضمن نرم‌افزاری جهت انجام محاسبات مربوط ارائه شده است. به کمک این نرم‌افزار پدیده‌های سرعت نیم‌چرخش و لغزش لیف در جریان سیال بررسی شده و نیز پدیده تغییر شکل لیف در سه حوزه جریانی مورد مطالعه قرار گرفته است. مشخص شده است که با کاهش خم‌شوندگی سرعت چرخش افزایش می‌یابد. با بررسی پدیده لغزش لیف در سوی شعاع لوله نتایج حاصل از تجربه‌های قبلی مبنی بر کمتر بودن غلظت الیاف در ناحیه مرکزی و دیواره لوله تایید شده است. همچنین، با بررسی حالت لیفهای بسیار خم شو یک میزان خشم بحرانی به دست آمده است که در آن مقدار لغزش لیف در سوی شعاع لوله بیشینه می‌شود.

### مراجع

- Jeffery G. B., The Motion of Ellipsoidal Particles Immersed in a Viscous Fluid; *Proc. Roy. Soc.; A102*, 1992.
- Taylor G. I., The Motion of Ellipsoidal Particles Immersed in a Viscous Fluid; *Proc. Roy. Soc.; A103*, 1993.
- Bretherton F. P., The Motion of Rigid Particles in a Shear Flow at Low Reynolds Numbers; *J. Fluid Mech.; 14*, 1962.
- Mason S. G. and Goldsmith H.; *Rheology: Theory and Application*; 4, Chap. 2, Eirich F. R. (Ed.) Academic, New



شکل ۱۵ - لغزش لیف در جهت شعاع لوله بر حسب  $S$ ،  $R_p = 400$  (پارامتر).

۴ - به تجربه مشاهده شده است که در نزدیکی مرکز دیواره لوله غلظت ناچیزی از لیف وجود دارد و لیف مانند حلقه‌ای نواحی بین فاصله‌ای از مرکز لوله و دیواره لوله را پر می‌کند. دلیل ناچیز بودن غلظت لیف در مرکز لوله، لغزش لیف به سمت دور شدن از مرکز لوله است که با توجه به نمودارهای ۱۲ تا ۱۵ و مشتب بودن لغزش لیف در جهت شعاع لوله، این امر تایید می‌شود.

۵ - چون  $R_p$  های بزرگتر نمایانگر لیفهای درازترند و لیفهای درازتر خطهای جریان بیشتری را قطع می‌کنند، پس افزایش  $R_p$ ، افزایش SX<sub>2</sub> به همراه خواهد داشت. با توجه به مقایسه محور افقی در چهار نمودار ۱۲ تا ۱۵، این موضوع تایید می‌شود.

۶ - زمانی که  $S$  خیلی کوچک می‌شود (لیف خیلی انعطاف‌پذیر)، لیف در محدوده کوچکی می‌چرخد و خم آن بسیار زیاد می‌شود؛ تفاوت سرعت سیال در دو انتهای لیف در حد به صفر می‌گراید. در نتیجه، SX<sub>2</sub> نیز به سمت صفر می‌کند. از سوی دیگر نمودارهای ۱۰ تا ۱۳ نشان می‌دهند با کاهش  $S$ ، SX<sub>2</sub> افزایش می‌یابد. از تلفیق این دو می‌توان گفت یک  $S$  بحرانی وجود دارد که در آن مقدار  $S$ ، لغزش لیف در جهت شعاع لوله بیشینه می‌گردد. در  $R_p = 100$  که امکان نزدیک شدن به  $S = 0$  بوجود آمده است، وجود این لغزش بیشینه در نمودار ۱۰ تایید می‌شود.

در صنعت پیشنهاد می‌شود برای کمینه‌سازی SX<sub>2</sub> باید همواره از کهای بحرانی (S<sub>2</sub>) هایی که SX<sub>2</sub> بیشینه را بوجود می‌آورد (بیشترین فاصله را داشت. از این رو، توصیه می‌شود از لیفهایی با استحکام بالاتر ولی با انعطاف‌پذیری بیشتر استفاده شود و برای جلوگیری از پیچ خوردن لیف،

Department of Chemical Engineering; University of Wales,  
University College of Swansea, 1993.

10. Vaxman A., Narkis M., Siegmann A. and Kenig S., Short Fiber Reinforced Thermoplastics. 1- Rheological Properties of Glass Fiber Reinforced Noryl; *Polym. Comp.*; **10**, 2, April 1989.
11. Vaxman A., Narkis M., Siegmann A. and Kenig S., Short Fiber Reinforced Thermoplastics. 2- Interrelation Between Fiber Orientation and Rheological Properties of Glass Fiber Reinforced Noryl; *Polym. Comp.*; **10**, 2, April 1989.

۱۲- ابراهیمیان محمدرضا، الگوسازی ریاضی و رایانه‌ای پویاییک آویزش لیفهای خم شو، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی شیمی، ۱۳۷۵.

- York, 1967.
5. Pittman J. F. T. and Kasiri N., The Motion of Rigid Rod-Like Particles Suspended in Non-Homogeneous Flow Fields; *J. Multiphase Flow*; 1992.
6. Konopasek M. and Hearl J. W. S.; Computational Theory of Bending Curves. Part I: The Initial Value Problem for the Three Dimentional Elastic Bending Curves; *Fiber Sci. Thech.*; **5**, 1972.
7. Franco A. S.; *Dynamics of Flexible Fibers in a Flowing Suspensions*; Ph.D. Thesis, Department of Chemical Engineering.
8. Cox R. S., The Motion of Long Slender Bodies in a Viscous Fluid; Part 1- General Theory; *J. Fluid Mech.*; **44**, 791-810, 1970.
9. Kasiri N.; *Dynamic of Fibers in Suspensions*; Ph.D. Thesis