

تحلیل رفتار تنش - کرنش و اشرفای حلقه ای لاستیکی در شرایط کارکرد به کمک تحلیل اجزای محدود

Analysis of Stress-Strain Behavior of O-Rings Under Service Condition
by Using Finite Element Analysis

گودرز خدادابخشی^{*}، غلامرضا بخشنده، میرحمیدرضا قریشی

تهران، پژوهشگاه پلیمر و پتروشیمی ایران، پژوهشکده فرایند، گروه لاستیک، صندوق پستی ۱۴۹۶۵/۱۱۵

دریافت: ۸۲/۶/۲۵، پذیرش: ۸۲/۱۲/۲۷

چکیده

واشرفای حلقه ای لاستیکی به علت کارایی و نقش بسیار حساسی که در صنعت دارند همواره مورد توجه بوده‌اند. در این پژوهش، با استفاده از روش اجزای محدود رفتار و اشرفای حلقه ای لاستیکی مورد استفاده در صافی دستگاه دیالیزگر خون در شرایط کارکرد بررسی شده است. از دو مدل ریاضی مونی-ریولین و آردا-بویس برای بیان رفتار تنش-کرنش الاستومرها استفاده شد که نتایج مربوط به مدل آردا-بویس در حالت فشاری با نتایج تجربی تطابق خوبی نشان داد. مدل مونی-ریولین نیز در حالت کششی با نتایج تجربی تطابق خوبی داشت. همچنین، نحوه توزیع تنشهای فون میسز و تنشهای نرمال در جهتهای X و Y نیز بدست آمد. افزون بر آن، تنشهای تماسی نیز به دلیل اهمیتی که در پیش بینی رفتار دارند در حالات مختلف بررسی شد.

واژه‌های کلیدی

تحلیل اجزای محدود، واشرفای حلقه ای،
تنش - کرنش، مونی - ریولین،
آردا - بویس

مقدمه

می‌شود. پیچیدگیهای مسائل مربوط به قطعات لاستیکی از نظر شکل هندسی، معادلات دیفرانسیل حاکم، ساختار مواد بکار رفته در آنها، بارگذاری و سایر مسائل سبب شده است که عملاً راه حل‌های تحلیلی نتوانند پاسخ صحیحی از رفتار یک قطعه زیر بارهای گوناگون ارائه دهد.

امروزه، روش اجزای محدود به عنوان یکی از روشهای مؤثر برای تحلیل اجسام پیچیده در بارهای مختلف مکانیکی و گرمایی بطور گسترده بکار گرفته می‌شود. در این روش با نگرشی متفاوت از روشهای ساده تحلیلی، پاسخ عمومی و نظامدار برای حل مسائل مطرح

Key Words

finite element analysis, O-ring,
stress-strain, Mooney-Rivlin,
Arruda-Boyce

تک اجزاء، مقدار سفتی کل و پیامد آن مقادیر مجهول، مانند تغییر مکانها محاسبه می شوند.

مراحل کارایی روش اجزای محدود در تحلیل یک مسئله به سه بخش عمده تقسیم بندی می شود:

- مرحله پیش پردازش،

- مرحله پردازش و

- مرحله پس پردازش.

روند حل یک مسئله به روش اجزای محدود از مرحله پیش پردازش آغاز می شود و در انتها در مرحله پس پردازش، پاسخهای مسئله مشاهده می گردد.

بطور کلی رفتار غیرخطی نتیجه مجموعه ای از علتها و مسائل است که این علتها به سه گروه عمده زیر تقسیم بندی می شوند:

- غیر خطی بودن شکل هندسی،

- غیر خطی بودن رفتار مواد و معادلات حاکم بر آنها و

- غیر خطی بودن و متغیر بودن شرایط مرزی و مسائل تماسی.

رابطه غیرخطی بین تنش و کرنش در مواد باعث ایجاد رفتار غیرخطی می شود. موادی که در این دسته قرار می گیرند با توجه به نوع رفتارشان عمدتاً به کمک یکی از مدل‌های ریاضی زیر بیان می گردد:

- مدل کشسان غیرخطی،

- ابرکشسان و

- نرمی.

معادله حاکم برای مواد ابرکشسان همسانگرد به شکل زیر بدست می آید:

$$\sigma_i = J^{-1} \lambda_i (\delta w / \delta \lambda_i) \quad (1)$$

$$J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$$

که در آن w تابع انرژی کرنشی و σ_i تنش کوشی است. معادله ۱ به شکل زیر نیز نوشته می شود:

$$\tau_i = J \sigma_i \quad (2)$$

$$L_i = \ln \lambda_i \quad (3)$$

در این دو معادله L_i کرنش لگاریتمی و τ_i تنش کیرشسف است. در مدل ابرکشسان رابطه مستقیمی میان تنش و کرنش وجود ندارد و معمولاً رابطه میان انرژی کرنشی و نامتغیرهای کرنش وجود دارد. توابع متنوعی

داشتن تصویری از رفتار یک قطعه در شرایط کارکرد، اثر مستقیم بر طراحی بهینه آن قطعه خواهد داشت. به عنوان مثال، با دانستن چگونگی توزیع تنش درون یک سازه، نقاط بحرانی و ایمن مشخص می شود و از این راه با تغییر در طرح اولیه می توان به طرح بهینه دست یافت.

واشرها و بخصوص واشرهای حلقه‌ای به سبب کارایی حساسشان همواره مورد توجه بوده اند. پیش بینی محل‌های تمرکز تنش و همچنین مقادیر تنش در نقاط مختلف، این امکان را به طراح می دهد تا با بررسی کارایی و مقاومت واشر حلقه‌ای در شرایط کارکرد بتواند به بهترین شکل آن را طراحی کند.

رابرت فینی (Finney) و همکاران به مقایسه نتایج حاصل از چهار مدل ریاضی بیان شده برای الاستومرها که عبارتند از: مدل‌های مونی - ریولین (Mooney-Rivlin)، اگدن (Ogden)، پنگ (peng) و پنگ - لندل (Peng-Landel) با نتایج تجربی ترلور پرداختند. در نتیجه گیری کلی مدل اگدن بهترین تطابق را با نتایج تجربی در محدوده کرنشهای زیاد نشان داد. در کرنشهای کم تمام مدلها تطابق نسبی مطلوبی داشتند [۱].

دالی (Daley) و همکاران نیز میزان دقت و صحت مدل‌سازی الاستومرها را به کمک نرم افزارهای اجزای محدود بررسی کردند. آنها از دو مدل مونی - ریولین و اگدن برای مدل‌سازی الاستومرها استفاده کردند. در حالت کششی مدل مونی - ریولین و در حالت فشاری مدل اگدن تطابق بهتری با نتایج تجربی داشت. همچنین، با بررسی اثر دما روی تغییرات سختی آمیزه روی نتایج نسبت به دما بیشتر است [۲].

مدری (Medri) و استروزی (Strozzi) نحوه توزیع تنش و کرنش را در درزگیرها در حالات و شرایط مختلف بررسی کردند [۳].

تحلیل مواد ابرکشسان (hyperelastic) و مسئله تماس به کمک روش اجزای محدود نیز توسط پرایر (Prior) بررسی شد. همچنین، مواردی که در انتخاب اجزا و ایجاد مدل به هنگام تحلیل تماس باید مد نظر قرار گیرد نیز مطرح شد [۴].

نتایج حاصل از مدل‌های آردا - بویس (Arruda-Boyce) و جنت (Gent) نیز با نتایج تجربی مقایسه شد. در حالت کششی نتایج تقریباً مشابه با هم و با نتایج تجربی مطابق بود، ولی در حالت فشاری نتایج مدل آردا - بویس تطابق بهتری با نتایج تجربی داشت [۵].

مدلسازی به روش اجزای محدود

در تحلیل یک مسئله به روش اجزای محدود، ابتدا مسئله به تعداد زیادی جزء کوچکتر تبدیل می شود، سپس سفتی هر جزء و مقادیر نیرو و هر کدام از آنها محاسبه می شود. از روی هم گذاری مقادیر سفتی تک

در این زمینه مطرح شده اند که از آن جمله می توان به توابع زیر اشاره کرد:
الف - مونی - ریولین [۶،۷]:

$$W = \sum C_{ij} (I_1 - 3)(I_2 - 3) \quad (4)$$

ب - آگدن [۸]:

$$W = \sum \sum C_j / b_j (a_i^b - 1) \quad (5)$$

ج - آرودا - بویس [۹]:

$$W = \sum C_I (I_1^i - 3^i) \quad (6)$$

علاوه بر توابع یاد شده می توان به توابع پنگ [۱۰]، پنگ - لندل [۱۱،۱۲]، نئوهوکین (Neo Hookean) و جنت [۵] اشاره کرد. آنچه که باعث انتخاب مدل مناسب می شود، میزان تطابق حاصل از نتایج پیش بینی شده مدل با مقادیر اندازه گیری شده است.

در مرحله پردازش با توجه به این که در یک تحلیل غیرخطی شکل هندسی، خواص مواد و شرایط مرزی تغییر می کند، یک استراتژی مشخص و ثابت در طول تحلیل مانند مسائل خطی پاسخگو نیست و بنابراین باید تحلیل براساس یک روش بازه ای (incremental method) و تکراری (iteration) انجام شود.

از آنجا که رفتار یک قطعه لاستیکی رفتاری غیرخطی و براساس تغییر شکلهای بزرگ است نمی توان از معادلات ساده شده تنش - کرنش به شکل معمول استفاده کرد، در نتیجه معادله کرنش - جابه جایی براساس معادله گرین - لاگرانژ به شکل زیر قابل تعریف است [۱۳،۱۴]:

$$e_{ij} = \{U_{i,j} + U_{j,i} + U_{k,i} U_{k,j}\} \quad (7)$$

که در آن شکل عمومی تانسور کرنش و U_I مقادیر جابه جایی در جهت های مختلف است. در تحلیل غیرخطی دستگاه معادلات در بازه های زمانی به شکل زیر بیان می شود:

$$\{R\}^{t+\Delta t} - \{F\}^{t+\Delta t} = 0 \quad (8)$$

که در آن $\{R\}^{t+\Delta t}$ بردار نیروهای وارد شده خارجی روی هر گره و $\{F\}^{t+\Delta t}$ بردار نیروهای داخلی روی هر گره است که از محاسبات انجام

شده در مرحله قبل بدست آمده اند.

از آنجا که مقادیر نیروهای وارد شده داخلی روی هر گره تابعی از مقادیر جابه جایی گره ها در زمان $t+\Delta t$ است، بنابراین حل معادله از طریق روش تکراری به شکل زیر انجام می شود:

$$\{\Delta R\}_{(i-1)} = \{R\}^{t+\Delta t} - \{F\}_{(i-1)} \quad (9)$$

$$\{K\}_{(i)}^{t+\Delta t} \{\Delta U\}_{(i)} = \{\Delta R\}_{(i-1)} \quad (10)$$

$$\{U\}_{(i)}^{t+\Delta t} = \{U\}_{(i-1)}^{t+\Delta t} + \{\Delta U\}_{(i)} \quad (11)$$

$$\{U\}_{(i)}^{t+\Delta t} = \{U\}^t \quad (12)$$

$$\{F\}_{(i)}^{t+\Delta t} = \{F\}^t \quad (13)$$

که در آن $\{R\}^{t+\Delta t}$ بردار نیروهای وارد شده خارجی روی هر گره، $\{F\}^{t+\Delta t}$ بردار نیروهای داخلی روی هر گره و $\{\Delta R\}_{(i-1)}$ بردار برابند نیروها در تکرار i ام است.

از میان روشهای تکراری می توان به موارد زیر اشاره کرد:

- روش نیوتون - رافسون (Newton-Raphson)

- روش نیوتون - رافسون اصلاح شده (modified Newton-Raphson)

- روش BFGS (quasi Newton, Broyden Fletcher Goldfarb Shanno)

برای هر روش افزایشی که از راه تکرار به حل مسائل می پردازد، باید معیاری به منظور پایان تکرارها تعریف شود. روشهای خاصی بدین منظور و با عنوان معیار همگرایی معرفی می شوند. این روشها عبارتند از:

- همگرایی مربوط به جابه جایی،

- همگرایی مربوط به بارگذاری و نیرو و

- همگرایی مربوط به تغییرات انرژی.

پس از مرحله پردازش و حل مسأله، نتایج را می توان در مرحله پس پردازش مشاهده و بررسی کرد. در مسائل ایستا معمولاً نتایجی از قبیل جابه جایی، تنش و کرنش مورد نظرند.

تجربی

مواد

قطعه مورد تحلیل در این طرح یک واشر حلقه ای لاستیکی است. واشر، حلقه ای با سطح مقطع دایره ای شکل است. اندازه آن با قطر سطح مقطع

الاستومر با سختی ۷۰ شور A به مقدار ۶۵ phr استفاده شد. ابتدا این دو نوع الاستومر بمدت ۳ min به کمک غلتک مخلوط شده و سپس عامل پخت به میزان ۰/۸ phr به آمیزه اضافه شد. کل زمان اختلاط و تهیه هر آمیزه ۶-۷ min و دمای غلتک ۵۰ تا ۶۰°C بود.

تحلیل اجزای محدود

در این پژوهش، از نرم افزار Ansys نسخه‌های ۵/۴ و ۶/۱ به منظور انجام تحلیل‌های اجزای محدود کمک گرفته شده است. نرم افزار Ansys یکی از قویترین نرم افزارهای اجزای محدود است و روش کلی تحلیل به کمک این نرم افزار مانند سایر نرم افزارهای اجزای محدود شامل سه مرحله پیش پردازش، پردازش و پس پردازش است. نسخه ۶/۱ جدیدترین نسخه نرم افزار در بازار است و با توجه به این مسأله که در ابتدای انجام این پژوهش نسخه ۵/۴ تنها نسخه موجود در بازار بود، از آن برای انجام تحلیلها استفاده شد. به دلیل عدم تعریف مدل آرودا - بویس در نسخه ۵/۴، استفاده از نسخه ۶/۱ لازم شد.

در بخش پیش پردازش با داشتن ابعاد هندسی واشر حلقه‌ای و دیواره‌های محصورکننده آن شکل هندسه مسأله ایجاد می شود. شکل هندسی سطح مقطع واشر در شکل ۱ آورده شده است. قطر سطح مقطع این واشر ۳ mm و ضخامت دیواره‌های آن ۰/۵ mm است. در این پژوهش، برای بیان رفتار تنش - کرنش الاستومر از دو مدل مونی - ریولین و آرودا - بویس استفاده شده است. جزء مناسب که از مدل مونی - ریولین برای تحلیل واشر حلقه‌ای لاستیکی استفاده می کند، Hyper ۵۶ است. Hyper ۵۶ یک جزء ۴ نقطه‌ای و ۲ بعدی است که در حالت کرنش صفحه ای هر نقطه دارای ۲ درجه آزادی و در حالت متقارن هر گره دارای ۳ درجه آزادی است. این جزء از روش فرمولبندی U-P برای اعمال شرایط تراکم ناپذیری استفاده می کند. این روش تشکیل اجزا را با استفاده اصل کلی متغیرهای مختلط با فشار تعریف شده برای اعمال محدودیت تراکم ناپذیری ممکن می سازد. به عنوان خواص مواد ورودی در این جزء مدول، نسبت پواسون و ثابتهای معادله مونی - ریولین را می توان در برنامه اعمال کرد که مقادیر آنها به شرح زیر است:

$$C_1 = 0/52 \quad C_2 = 0/29 \quad E = 2/96 \text{ MPa} \quad \nu = 0/497$$

که C_1 و C_2 ثابتهای مونی - ریولین، E مدول یانگ و ν نسبت پواسون است.

تابع درون یابی این جزء به شکل زیر تعریف می شود:

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + (-1)^i \xi) (1 + (-1)^i \eta) \quad i = 1, 2 \quad (14)$$

و قطر داخلی معین می شود. واشر حلقه‌ای یکی از ساده ترین و کاربردی ترین قطعاتی است که برای درزبندی سیالات بکار می رود و مانع از نشتی سیال می شود. در تهیه این واشرها می توان از الاستومرهای مختلف استفاده کرد، اما برای درزبندی صافی دستگاه دیالیز گر خون که کاربرد خاص مورد نظر این طرح است، باید از الاستومری استفاده کرد که قابلیت زیست سازگاری داشته باشد و در این حالت خاص، الاستومرهای سیلیکونی از نوع پزشکی مورد استفاده قرار گرفتند.

مواد مصرف شده در این پژوهش به قرار زیر است:

- الاستومر سیلیکونی از نوع پزشکی HV ۴/۴۱۱ Silopren ساخت شرکت GE Bayar با سختی ۴۰ شور A،
- الاستومر سیلیکونی از نوع پزشکی HV ۴/۸۱۱ Silopren ساخت شرکت GE Bayar با سختی ۷۰ شور A و
- دی کومیل پروکسید (DCP) با درجه خلوص ۹۸ درصد ساخت کشور تایوان.

صافی دیالیز گر خون از یک پوسته پلاستیکی سخت از جنس پلی کربنات یا پلی استیرن ساخته شده و دارای غشاست. دو عدد سرپوش از جنس مشابه با پوسته (پوسته پلاستیکی) به دو انتهای آن بسته می شوند. به کمک یک پمپ، خون از بدن وارد یکی از سرپوشها می شود و با عبور از داخل لیاف از راه سرپوش خروجی به بدن برمی گردد. همچنین، یک حلال شستشودهنده در خلاف جهت جریان خون و در بیرون از لیاف در جریان است. واشر لاستیکی بین سرپوشها پوسته قرار دارد که با بسته شدن سرپوش، این واشر تحت فشار قرار می گیرد و مانع از نشت خون از بین سرپوش و پوسته پلاستیکی می شود.

دستگاهها

برای انجام عملیات آمیزه سازی و همچنین تعیین خواص فیزیکی و مکانیکی آمیزه برای انجام تحلیل‌های مورد نیاز دستگاههای زیر بکار گرفته شد:

- غلتک Schwabenthan Polymix ۲۰۰L،

- پرس ۱۰۰ تنی Bucher-Guyer AG،

- سختی سنج (شور A) ساخت شرکت زوئیک آلمان و

- دستگاه کشش MTS ۱۰/M.

همچنین، برای انجام تحلیل‌های اجزای محدود از یک دستگاه کامپیوتر پنتیوم III با سرعت ۷۵۰ MHz و حافظه ۱۲۸ MB استفاده شد.

روشها

تهیه آمیزه

در تهیه آمیزه ها از الاستومر با سختی ۴۰ شور A به مقدار ۳۵ phr و از

بعدی است که قابلیت تشکیل جفت تماسی را با اجزای تماسی ۱۷۱ و ۱۷۲ دارد. جزء تماسی ۱۷۱ نیز یک جزء ۲ بعدی است که دارای ۲ درجه آزادی در هر نقطه است. این جزء قابلیت قرار گرفتن روی سطوح اجزای پوسته‌ای و جامد ۲ بعدی را، که فاقد نقطه میانی هستند، داراست. در تحلیل واشر حلقه‌ای از ۲ جزء ۱۶۹، ۲۲ جزء ۱۷۱ و ۱۷۲ جزء ۵۶ Hyper استفاده شده است.

ثابت‌های مربوط به اجزای تماسی به شکل زیر معین شدند: مقدار ۱ برای ثابت FKN و ۰/۱ برای ثابت FTOLN در نظر گرفته شد. ثابت‌های PMAX و PMIN شرایط اولیه قرار گرفتن دو سطح را نسبت به هم معین می‌کنند. مقادیر این ثابتها برابر با مقادیر پیش فرض نرم افزار در نظر گرفته شد.

پس از تعیین ثابتها، بارگذاری روی مدل انجام می‌شود. در این مسأله بارگذاری روی واشر به شکل جابه‌جایی سطح بالایی واشر در جهت Y منفی اعمال می‌شود. مقدار این جابه‌جایی برابر ۰/۱۵، ۰/۳ و ۰/۶ mm در حالات مختلف در نظر گرفته شد.

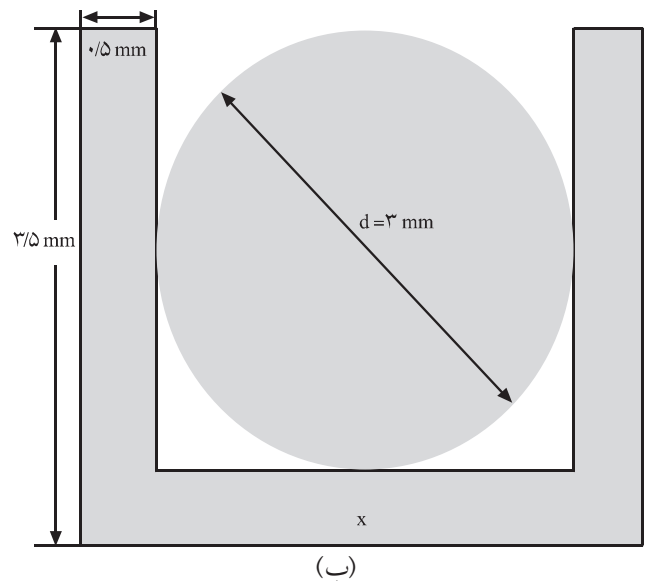
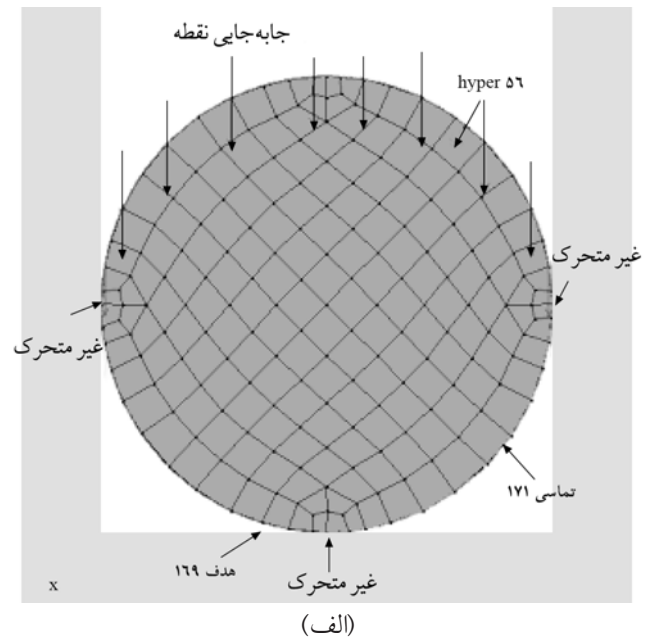
با پایان عملیات بارگذاری، بخش پیش پردازش پایان یافته و نوبت به بخش پردازش می‌رسد. با توجه به اینکه مسأله در حالت ایستا و غیرخطی انجام می‌شود، تنظیمات مربوط به حل و تحلیل این گونه مسائل باید انجام و گزینه Nlgeom باید فعال شود. روش حل معادلات، روش Front Solver در نظر گرفته شود. در این روش ماتریس کامل عمومی ایجاد نمی‌شود، بلکه مرحله ایجاد ماتریس و مراحل بطور همزمان برای هر جزء انجام می‌گردد. روش تکرار نیوتون - رافسون نیز برای رسیدن به جواب دقیق انتخاب شد.

بار اعمالی بتدریج در ۱۰۰۰ مرحله کوچکتر اعمال شد. تعداد تکرارهای تعادلی که نقش مهمی در دقت جوابها دارد، برابر ۴۰ تکرار در هر مرحله در نظر گرفته شد. برای کمک به مسأله همگرایی حالت‌های جستجوی خطی و پیش بینی کننده باید در حالت فعال قرار گیرند.

در بخش کنترل و معیار همگرایی مبنای معیار کنترل نیرو و حد تحمل ۰/۰۰۱ و شکل L_p انتخاب شد.

با انجام تنظیمات ذکر شده، مسأله آماده حل است. با انتخاب گزینه solve current LS نرم افزار شروع به حل مسأله می‌کند. بعد از انجام این مرحله نتایج را می‌توان در بخش پس پردازش مشاهده کرد. در بخش پس پردازش می‌توان نتایج مورد نظر را دید که شامل تنشهای فون میسز و تنشها در جهت‌های X و Y است.

مسأله دیگری که در این پژوهش مد نظر قرار گرفت، تحلیل واشر حلقه‌ای لاستیکی با مدل آرودا - بویس بود. جزء ۱۸۲ Plane مناسبترین جزء برای تحلیل با استفاده از مدل آرودا - بویس در مسائل دو بعدی است. این مدل و جزء ذکر شده در نرم افزار Ansys نسخه ۶/۱ موجود



شکل ۱- (الف) مدل مش بندی شده و (ب) طرح کلی سطح مقطع واشر حلقه‌ای.

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + (-1)^i \xi) (1 + (-1)^{i+1} \eta) \quad i = 2, 3 \quad (15)$$

به دلیل تماس واشر حلقه‌ای با دیواره‌های جانبی، مسأله تماس نیز باید مد نظر قرار گیرد. در تحلیل‌های تماسی که دو سطح سخت و نرم با هم در تماسند، سطح سخت با جزء هدف (target) و سطح نرم با جزء تماسی جزء بندی می‌شوند.

در این پژوهش، اجزای هدف ۱۶۹ و تماسی ۱۷۱ مناسبترین اجزا برای بررسی تماس سطوح با یکدیگر است. جزء هدف ۱۶۹ یک جزء ۲

جدول ۱- مقادیر ماکسیمم و مینیمم تنش ایجاد شده در واشر حلقه‌ای در فشردگیهای ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ درصد.

نسبت فشردگی (%)	تنش ماکسیمم (MPa)	کرنش ماکسیمم
۵	۰/۵۵	۰/۱۸
۱۰	۰/۹۲	۰/۳۲
۱۵	۱/۴	۰/۵۳
۲۰	۲/۵	۱/۰۳

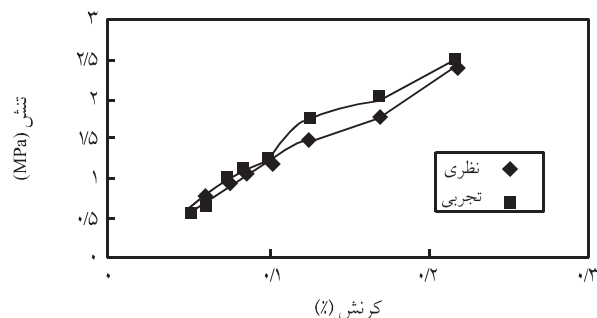
محاسبه شد. مقادیر محاسبه شده در جدول ۱ آمده است. با مقایسه مقادیر جدول ۱ دیده می‌شود که ماکسیمم تنش ایجاد شده در واشر هنگامی که ۱۰ درصد قطر آن فشرده می‌شود، ۱/۶۷ برابر زمانی است که ۵ درصد فشرده می‌شود و این مقدار هنگامی که واشر ۱۵ درصد فشرده می‌گردد برابر ۲/۵۴ است. زمانی که واشر ۲۰ درصد فشرده می‌شود، مقدار ماکسیمم تنش ۴/۵۴ برابر حالتی است که ۵ درصد فشرده می‌گردد. این نتایج نشان می‌دهد که رابطه خطی بین میزان فشردگی و مقدار ماکسیمم تنش وجود ندارد. مسأله دیگری که باید به آن توجه کرد، تغییر خواص آمیزه و اثر آن روی مقادیر ماکسیمم و مینیمم تنشهای ایجاد شده در قطعه است. در این پژوهش، با تغییر مقدار عامل پخت، ۳ آمیزه با سختیهای متفاوت تهیه شدند. مقدار عامل پخت، دی‌کومیل پروکسید، در این آمیزه‌ها به ترتیب برابر ۰/۶، ۰/۸ و ۱ phr است. مقادیر ماکسیمم تنش با افزایش سختی افزایش می‌یابد. در جدول ۲ مقادیر ماکسیمم تنش در برابر تغییرات عامل پخت آورده شده است.

جدول ۲ - تغییرات تنش ماکسیمم در برابر عامل پخت.

مقدار عامل پخت (phr)	تنش ماکسیمم (MPa)
۰/۶	۰/۷۸۸
۰/۸	۰/۹۴۴
۱	۱/۰۰۸

جدول ۳ - مقادیر ماکسیمم تنشهای تماسی در حالت فشردگی بین دو صفحه.

نسبت فشردگی (%)	تنش تماسی (MPa)
۱۰	۰/۹۶۶
۲۰	۳/۱۳۷



شکل ۲ - مقایسه نتایج تجربی و نظری حاصل از مدل آرودا - بویس.

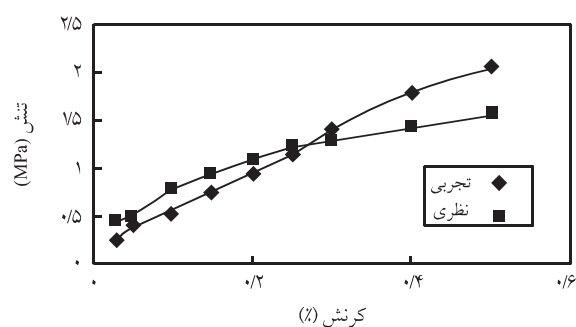
است.

همه مراحل یاد شده در حالت تحلیل با استفاده از مدل مونی - ریولین در این حالت هم صادق است و تنها تفاوت در ثابتهای مدلهاست که ثابتهای آرودا - بویس جایگزین ثابتهای مونی - ریولین شدند. ثابتهای آرودا - بویس شامل $Lim = 2/34$ و $G = 4/0402$ است. استفاده از دو مدل در این پژوهش برای تحلیل رفتار الاستومرها، با هدف مقایسه و بررسی میزان دقت نتایج حاصل از مدلهای ارائه شده انجام شده است. مدل مونی - ریولین قدیمی‌ترین و مدل آرودا - بویس تقریباً جدیدترین مدل ارائه شده در این زمینه‌اند.

نتایج و بحث

نتایج حاصل از روش اجزای محدود از چند بعد تحلیل و مقایسه شد. ابتدا، نتایج عددی بدست آمده از مدلهای مونی - ریولین و آرودا - بویس با نتایج تجربی مقایسه شد. در شکلهای ۲ و ۳ نتایج حاصل از این دو مدل و نتایج تجربی باهم مقایسه شده‌اند.

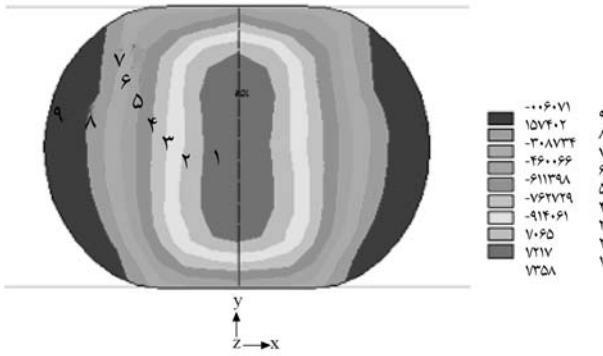
مقادیر ماکسیمم تنش ایجاد شده در واشرهای حلقه‌ای زمانی که این واشرها به نسبتهای ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ درصد قطر آنها فشرده می‌شود،



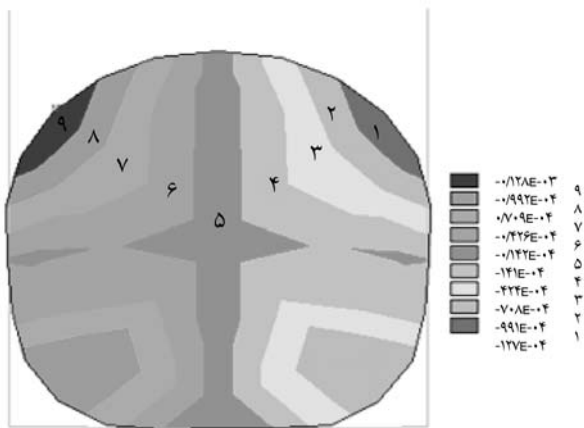
شکل ۳ - مقایسه نتایج تجربی و نظری حاصل از مدل مونی - ریولین.

جدول ۴ - مقادیر تنشهای تماسی در حالت تماس با سه سطح.

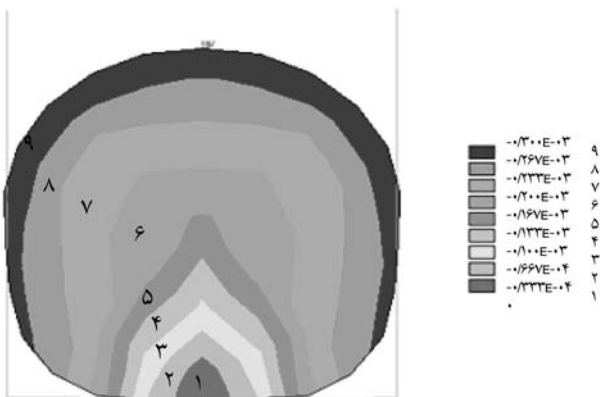
تنش در دیواره کناری (MPa)	تنش در دیواره پایینی (MPa)	نسبت فشردگی (%)
۰/۳۴	۷/۰۳	۵
۰/۹۶	۷/۷۳	۱۰
۳/۵	۴	۲۰



شکل ۵ - توزیع تنشهای فون میسر در حالت فشردگی بین دو سطح.



شکل ۶ - توزیع تنشها در جهت X.



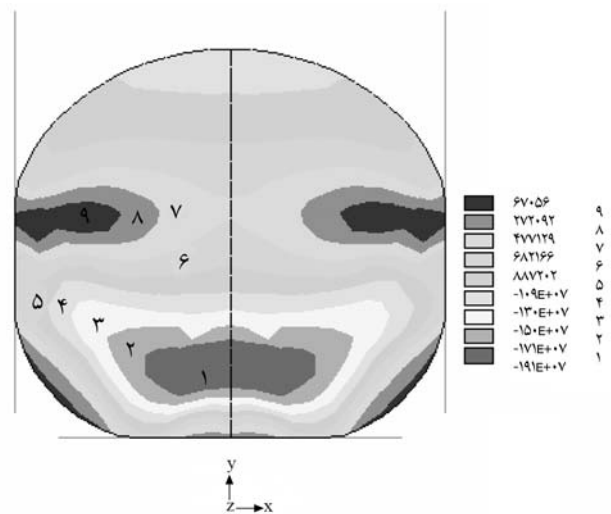
شکل ۷ - توزیع تنشها در جهت Y.

از اهمیت خاصی برخوردار است. در شکل‌های ۴ و ۵ نحوه توزیع تنشهای فون میسر در واشر در دو حالت یاد شده آمده است. تمرکز ماکسیمم

تنشهای تماسی که به واسطه تماس واشر با دیواره‌ها ایجاد می‌شود نیز در این پژوهش بررسی شده است. نتایج در حالتی که واشر از سه طرف با دیواره‌ها در تماس است و هنگامی که بین دو صفحه فشرده می‌شود و همچنین، در فشردگیهای متفاوت بررسی شد. مقادیر تنشهای تماسی در حالت‌های مختلف در جدول‌های ۳ و ۴ آورده شده است. هنگامی که واشر حلقه‌ای بین دو صفحه فشرده می‌شود، مقدار تنشهای تماسی در دیواره‌های بالایی و پایینی به هنگام فشردگی ۲۰ درصد یعنی تقریباً ۳ برابر حالت فشردگی ۱۰ درصد است. در حالت دیگر که واشر از سه طرف با دیواره‌ها در تماس است، نتایج زیر حاصل می‌شود:

در فشردگی ۵ درصد، تنش تماسی در دیواره پایینی ۳ برابر دیواره‌های کناری است. در فشردگی ۱۰ درصد این مقدار تقریباً به ۲ برابر افزایش می‌یابد. در فشردگی ۲۰ درصد تنش تماسی در دیواره‌های کناری اختلاف کمی با مقدار تنش تماسی در دیواره پایینی دارد. در فشردگی ۱۰ درصد مقدار تنش در دیواره‌های کناری برابر تنش در دیواره‌های بالایی و پایینی در حالت فشردگی واشر بین دو سطح است و این امر برای فشردگی ۲۰ درصد هم صادق است.

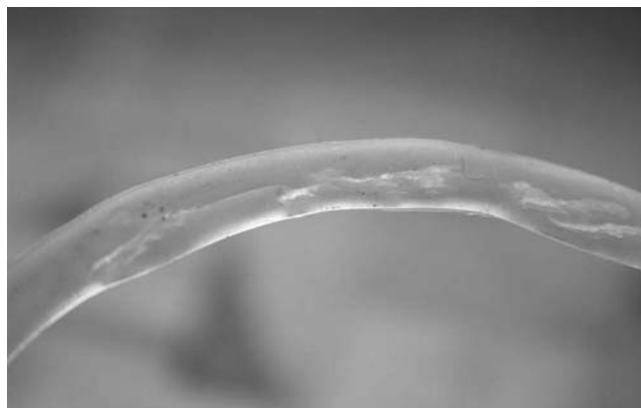
در کنار مقادیر عددی تنشها، نحوه توزیع آنها به هنگام طراحی قطعات



شکل ۴ - توزیع تنشهای فون میسر در حالت تماس با سه سطح.

نتیجه گیری

نتایج حاصل از مدل مونی - ریولین در حالت کششی و نتایج حاصل از مدل آرودا - بویس در حالت فشاری تطابق خوبی با نتایج تجربی داشتند. تمرکز ماکسیمم تنش در واشر در حالتی که بین سه صفحه محصور است، در نقاطی در نزدیکی سطح تماس پایینی است. بنابراین، نقاط یاد شده محتملترین مکانها برای ایجاد ترک هستند. حداکثر فشردگی در واشر حلقه ای مورد بحث در این پژوهش ۲۰ درصد است و با توجه به مقدار ماکسیمم تنش در فشردگی ۲۰ درصد که کوچکتر از مقدار استحکام کششی نهایی آن است نتیجه می‌شود که در واشر نقایصی به شکل ترک ایجاد نمی‌شود.



شکل ۸ - سطح مقطع واشر حلقه‌ای پس از قرار گرفتن بین دو صفحه پرس.

علائم اختصاری

- W تابع انرژی کرنشی
- τ_i تنش کیرشسف
- σ_i تنش کوشی
- L_i کرنش لگاریتمی
- C_{ij} ثوابت مونی - ریولین
- I_1, I_2 نامتغیرهای کرنش
- C_I ثابت آرودا - بویس
- E مدول یانگ
- ν نسبت پواسون
- λ_i کشیدگی اصلی

تنش در واشر در حالتی که بین دو صفحه فشرده می‌شود، در نقاط میانی آن است. در حالتی که واشر بین سه صفحه محصور است، این نقاط در نزدیکی سطح تماس پایینی است. در واشرهایی که در حالت ایستا عمل می‌کنند، نقایص خود را به شکل ترک نشان می‌دهد. توزیع تنشها در جهت‌های x و y، در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده‌اند.

روش تجربی برای اطمینان از صحت پیش بینی نحوه توزیع تنش در قطعات مختلف، روش نورکشسان (photoelastic) است. در این پژوهش، به علت عدم دسترسی به امکانات لازم در روش یاد شده، روش دیگری به شرح زیر بکار برده شد:

واشر حلقه‌ای لاستیکی بین دو صفحه پرس قرار گرفت. با توجه به تحلیل‌های نرم افزاری احتمال ایجاد ترک در نقاط میانی واشر بود که این مسأله با نتیجه حالت تجربی تطابق داشت. در شکل ۸ سطح مقطع واشر بعد از قرار گرفتن بین دو صفحه پرس نشان داده شده است.

مراجع

1. Finney R.H. and Kumar A., Development of Material Constants for Nonlinear Finite Element Analysis, *Rubber Chem. Technol.*, **61**, 879-891, 1988.
2. Daley J.R. and Mays S., The Complexity of Material Modeling in Design Optimization of Elastomeric Seals, Finite Element Analysis of Elastomers, Boast D. and Convey V.A. (Eds.), Professional Engineering, London, 119-128, 1999.
3. Medri G. and Strozzi A., Stress-Strain Fields in Compressed Elastomeric Seals and their Extention to Fracture Mechanics, *Rubber Chem. Technol.*, **59**, 709-721, 1986.
4. Prior A. and Cadge D., Finite Element Analysis of Contact of Hyperelastic Materials, *Finite Element Analysis of Elastomers*, Boast D. and Convey V.A. (Eds.), Professional Engineering, London, 129-140, 1999.
5. Gent A.N., A New Constitutive Relation for Rubber, *Rubber Chem. Technol.*, **69**, 59-61, 1996.
6. Rivlin R.S., Large Elastic Deformation of Isotropic Materials.I. Fundamental Concepts, *Phil. Trans. Royal Soc.*, **A240**, 379-397, 1948.
7. Rivlin R.S. and Saunders D.W., Large Elastic Deformation of Isotropic Material.VII. Experiments on the Deformation of Rubber, *Phil. Trans. Royal Soc.*, **A243**, 251-288, 1951.

8. Ogden R. W., Large Deformation Isotropic Elasticity on the Correlation of Theory and Experiment for Incompressible Rubber-like Solids, *Proc. Royal Soc. Lond.*, **A326**, 565-584, 1972.
9. Arruda E.M and Boyce M.C.A., Three-Dimensional Constitutive Model for the Large Stretch Behaviour of Rubber Elastic Materials, *J. Mech. Phys. Solids*, **41**, 389-412, 1993.
10. Peng S.T., Nonlinear Multiaxial Finite Deformation Investigation of Solid Propellants, *AFRPL TR-85-036*, 1985.
11. Valanis K.C. and Landel R.F., The Strain Energy Function of Hyperelastic Material in Terms of Extension Ratios, *J. Appl. Phys.*, **38**, 2997-3002, 1967.
12. Peng S.T. and Landel R.F., Stored Energy Function and Compressibility of Compressible Rubber-like Material Under Large Strain, *J. Appl. Phys.*, **46**, 2599-2604, 1975.
13. Reddy J.N., *Introduction to Finite Element Method*, 2nd ed., McGraw-Hill, London, Chap.1, 1993.
14. Rao S.S., *The Finite Element Method in Engineering*, Pergamon, London, Chap.1, 1982.