



بررسی عمر خستگی کامپوزیت‌های تک‌جهتی با استفاده از انرژی کرنش باقی مانده

محمود مهرداد شکرپه*، فتح‌اله طاهری بهروز

تهران، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی مکانیک، صندوق پستی ۱۶۸۴۶/۱۳۱۱۴

دریافت: ۸۵/۱۷/۱۷، پذیرش: ۸۶/۱۷/۱۷

چکیده

شناخت دقیق رفتار کامپوزیت‌ها در بارگذاری خستگی به منظور طراحی سازه‌های قابل اعتماد ضروری به نظر می‌رسد. ولی با توجه به رفتار متفاوت کامپوزیت‌ها نسبت به مواد سنتی معرفی معیاری که بتواند نماینده واقعی عمر خستگی این مواد باشد، بسیار مهم است. در این پژوهش، انرژی کرنش باقی مانده به عنوان یک معیار خستگی معرفی شده و در مدلی استاتیکی و درشت مکانیکی برای پیش‌بینی عمر خستگی کامپوزیتی تک‌جهتی در جهت‌های مختلف استفاده شده است. در مدل ارائه شده در این پژوهش بر خلاف مدل‌های بر پایه تنش، هر دو عامل کاهش سفتی و استحکام برای پیش‌بینی عمر خستگی به کار گرفته شده است. انرژی کرنش باقی مانده در هر چرخه با استفاده از مدل‌های سفتی و استحکام باقی مانده محاسبه شده است. نتایج تجربی موجود برای کامپوزیت‌های تک‌جهتی کربن - اپوکسی در نسبت‌های تنش صفر و ۰/۱ و وضعیت‌های تنش ۵۰، ۶۰، ۷۰ و ۸۰ درصد استحکام استاتیکی با نتایج پیش‌بینی شده به کمک مدل هم‌خوانی خوبی دارند.

واژه‌های کلیدی

مدل‌سازی خستگی، انرژی کرنش باقی مانده، کامپوزیت کربن - اپوکسی، لایه تک‌جهتی، کامپوزیت

*مسئول مکاتبات، پیام‌نگار:

shokrieh@iust.ac.ir

Fatigue Life Evaluation of Unidirectional Composites by Using Residual Strain Energy

M.M. Shokrieh* and F. Taheri-Behrooz

Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology,

P.O. Box: 16846/13114, Tehran, Iran

Received 6 February 2007; accepted 27 January 2008

Abstract

Because of inhomogeneity and anisotropy of composite materials, defining a unique fatigue criterion to be suitable for different loading conditions is much more difficult in comparison with traditional materials. For this reason many tests on evaluating the damages such as crack density, stiffness reduction and residual strength are used by various researchers to monitor the fatigue process. In this research the residual strain energy density is defined as a suitable fatigue measure and used in a micromechanical static failure model to predict the fatigue life of unidirectional composites in different fiber load angles. In contrast to stress based fatigue models the new developed model employed both stiffness and strength reduction to predict the fatigue life with more accuracy. To measure the residual strain energy density stiffness and strength failure of models given by Shokrieh et al. are modified and used in this research. Available experimental data on unidirectional carbon/epoxy composites with the stress ratios of $R=0$ and 0.1 on stress states of 50, 60, 70 and 80 percent of static strength are used to evaluate the proposed model. The results predicted by the model underestimates the fatigue life in comparison with the experimental data.

Key Words

fatigue modeling, residual strain energy, carbon/epoxy composite, unidirectional layer, composite

(* To whom correspondence should be addressed.

E-mail: shokrieh@iust.ac.ir

مقدمه

با وجود گذشت نزدیک به پنج دهه از مطالعه عمر خستگی مواد کامپوزیتی و ارائه مدل‌های مختلف خستگی بر پایه معیارهای متعدد هنوز بررسی عمر خستگی این مواد از موضوعات مهم پژوهشی برای پژوهشگران این رشته است، که دلیل عمده آن افزایش گسترده استفاده از این مواد در سازه‌های باربر و قرار گرفتن این سازه‌ها زیر بارهای خستگی است.

در مدل‌سازی خستگی مواد کامپوزیتی به دلیل تنوع عوامل مؤثر بر عمر خستگی و همچنین پیچیده بودن رفتار این مواد مدل‌های متعددی توسعه داده شده است [۳-۱]. از بین مدل‌های ارائه شده مدل‌های ماکروسکوپی خستگی به دلیل استفاده از منحنی‌های S-N مشابه مواد سنتی و در نظر نگرفتن ساز و کارهای واقعی آسیب از قبیل ترک، جدایش بین لایه‌ای و شکست یلیاف بیشتر مورد توجه قرار گرفته و برای مواد کامپوزیتی توسعه داده شده‌اند. مدل‌های ماکروسکوپی موجود در زمینه بررسی خستگی مواد کامپوزیتی به دو گروه کلی زیر دسته‌بندی می‌شوند:

- دسته اول مدل‌های ماکروسکوپی، با انتخاب یک معیار خستگی مناسب و نمایش آن بر حسب عمر خستگی، منحنی‌های S-N مشابه مواد هم‌سانگرد را برای مواد کامپوزیتی ارائه داده‌اند. از جمله این دسته از مدل‌ها می‌توان به مدل‌های ارائه شده توسط کاوا [۴]، شکریه و طاهری [۵]، الین و الکادی [۶]، پلومتری و همکاران [۷، ۸]، سیمس [۹]، آوریباخ و هان [۱۰] و آدام و همکاران [۱۱] اشاره کرد. این دسته از مدل‌ها بیشتر برای برآورد عمر خستگی تک‌لایه کامپوزیتی به کار می‌روند، ولی این قابلیت را دارند که با داشتن منحنی S-N برای یک زاویه و یک نسبت تنش بدون انجام آزمایش‌های دیگر، عمر خستگی را برای سایر نسبت‌های تنش و زاویه‌های مختلف یک تک‌لایه زیر بارگذاری داخل صفحه‌ای به دست آورند. برای یک چندلایه کامپوزیتی استفاده از این روش هزینه‌بر است و به زمان زیادی نیاز دارد.

- دسته دوم مدل‌های ماکروسکوپی، با انجام آزمایش‌های خستگی در جهت‌های مادی و به دست آوردن منحنی‌های S-N و به همراه کردن یک مدل استاتیک شکست عمر قطعات را پیش‌بینی کرده‌اند. از جمله این مدل‌ها می‌توان به مدل ارائه شده توسط ریف اشنايدر و گاو [۱۲]، فیلیپیدیس و همکاران [۱۳] و هوا و همکاران [۱۴] اشاره کرد که از مدل شکست استاتیک تسای [۱۵] بهره برده‌اند. معمولاً معادله‌های شکست استاتیک به کار رفته برای خستگی در فضای تنش نوشته شده‌اند. به عنوان نمونه می‌توان به معادله استفاده شده توسط هشین و روت [۱۶] در شیوه (mode) شکست یلیاف اشاره کرد. معادله استاتیک هشین در شیوه

شکست یلیاف با معادله (۱) نشان داده شده است:

$$\left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_6}{S}\right)^2 = 1 \quad (1)$$

که در آن X و S به ترتیب استحکام‌های استاتیک در جهت یلیاف و برش داخل صفحه‌ای هستند. با جایگزینی X و S از منحنی‌های خستگی S-N در جهت‌های مادی معادله (۱) برای حالت خستگی به شکل معادله (۲) به دست می‌آید:

$$\left(\frac{\sigma_1}{X(R, \sigma, N_f)}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_6}{S(R, \sigma, N_f)}\right)^2 = 1 \quad (2)$$

که در آن X(R, σ, N_f) و S(R, σ, N_f) به ترتیب استحکام‌های خستگی در جهت یلیاف و برش داخل صفحه‌ای هستند. σ₁ و σ₆ به ترتیب مؤلفه‌های تنش در جهت یلیاف و برش داخل صفحه‌ای در جهت‌های مادی هستند. مدل‌های دسته دوم با استفاده از معیارهای شکست استاتیک قابلیت پیش‌بینی عمر خستگی را برای یک کامپوزیت تک‌جهتی در تمام جهت‌ها دارند.

شکریه و لسارد [۱۷، ۱۸] معادلات هشین را برای پیش‌بینی عمر خستگی یک تک‌لایه کامپوزیتی در تمام شیوه‌های شکست و برای حالت سه بعدی و همچنین چندلایه‌های کامپوزیتی در بارگذاری خستگی توسعه داده‌اند. ولی با توجه به نوشته شدن این معادلات در فضای تنش تنها از عامل کاهش استحکام برای پیش‌بینی عمر خستگی یک تک‌لایه کامپوزیتی استفاده می‌شود.

در این پژوهش، با توسعه یک مدل شکست استاتیک بر پایه روش انرژی برای حالت بارگذاری خستگی، اثر هر دو عامل کاهش استحکام و کاهش سفتی در پیش‌بینی عمر خستگی یک کامپوزیت تک‌جهتی مورد استفاده قرار گرفته است. برای این منظور کاهش سفتی و استحکام از معادله‌های نرمال شده توسط شکریه و لسارد [۱۷، ۱۸] محاسبه شد، سپس چگالی انرژی کرنش باقی‌مانده به دست آمد و در معادله شکست استفاده شد. نتایج این روش با نتایج تجربی مقایسه شده است. مزیت این روش نسبت به سایر روش‌ها این است که هر دو عامل کاهش سفتی و استحکام در محاسبه عمر خستگی یک تک‌لایه استفاده می‌شوند. افزون بر آن، مدل به شکل پیش‌رونده در هر لحظه عمر باقی‌مانده قطعه را گزارش می‌کند.

بیان مسئله

یک کامپوزیت تک‌جهتی مطابق شکل ۱ که زاویه بین جهت یلیاف با

که در آن $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_6, \epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_6$ حداکثر تنش و کرنش در جهت‌های مادی، X, Y, S حداکثر استحکام در حالت استاتیکی $\epsilon_{1f}, \epsilon_{2f}, \epsilon_{6f}$ و ϵ_{1f} کرنش‌های شکست در جهت‌های مادی هستند. مزیت این معادله نسبت به معادله‌های بر پایه تنش این است که هر دو مؤلفه تنش و کرنش در پیش‌بینی شکست به کار رفته است که می‌تواند سبب افزایش دقت مدل شود.

در این پژوهش، مدل ساندو برای حالت بارگذاری خستگی و در محورهای مادی به شکل زیر توسعه داده شده است:

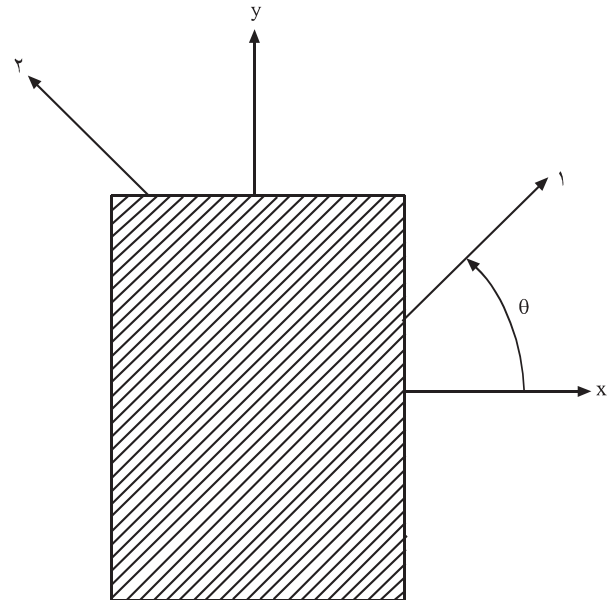
$$\frac{\sigma_1 \epsilon_1 (R, \sigma, n)}{X(R, \sigma, n) \epsilon_{1f}} + \frac{\sigma_2 \epsilon_2 (R, \sigma, n)}{Y(R, \sigma, n) \epsilon_{2f}} + \frac{\sigma_6 \epsilon_6 (R, \sigma, n)}{S(R, \sigma, n) \epsilon_{6f}} = 1 \quad (4)$$

که در آن n تعداد چرخه‌های خستگی، σ حداکثر تنش اعمالی در بارگذاری خستگی و R نسبت تنش است.

در معادله (4) مخرج کسر ظرفیت چگالی انرژی کرنشی است که با افزایش تعداد چرخه‌ها کاهش می‌یابد. در صورت کسر نیز از حاصل ضرب تنش و کرنش حداکثر برای محاسبه چگالی انرژی کرنشی در هر لحظه استفاده می‌شود. در این مدل با وجود ثابت بودن تنش در صورت کسر کرنش به دلیل تغییرات مدول کشسان کامپوزیت در هر لحظه تغییر می‌کند. بدین ترتیب صورت کسر نیز مشابه مخرج کسر در هر لحظه تابعی از n, σ و R است.

لازم به توضیح است، کامپوزیت‌ها در جهت الیاف و زمینه رفتار خطی نشان می‌دهند، ولی در مواردی که جهت بارگذاری با جهت الیاف یکسان نباشد، به دلیل به وجود آمدن تنش برشی داخل صفحه‌ای منحنی تنش - کرنش کامپوزیت غیرخطی می‌شود. البته این رفتار غیرخطی در منحنی تنش - کرنش برشی در ابتدا کمتر است و با افزایش بارگذاری و در وضعیت‌های بالای تنش اثر خود را بیشتر نشان می‌دهد. ولی از آن جا که بار خارجی اعمالی در حالت خستگی به شکل درصدی از استحکام استاتیکی قطعه است و در اکثر موارد کاربردی این مقدار کمتر از ۸۰ درصد استحکام استاتیکی قطعه است، به همین دلیل اثر رفتار غیرخطی در حالت بارگذاری خستگی کمتر است و می‌توان از آن صرف نظر کرد. هر چند لحاظ کردن اثر غیرخطی منحنی تنش - کرنش در حالت برش داخل صفحه‌ای نتایج پیش‌بینی شده را به حالت واقعی نزدیک‌تر می‌کند، ولی به دلیل اثر کم آن و سادگی مدل در این پژوهش از آن صرف نظر شده است. با فرض خطی بودن منحنی تنش - کرنش در جهت‌های مادی و همچنین ثابت بودن تنش در صورت معادله (4) می‌توان نوشت:

$$\sigma_1 = E_1 \epsilon_1 \rightarrow \epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_1 (R, \sigma, n)} \quad (5)$$



شکل ۱- جهت مادی (۱-۲) و جهت بارگذاری (X-Y) در یک لایه ناهم‌سانگرد.

جهت بارگذاری در آن θ درجه است، در وضعیت بار کنترل زیر بارگذاری خستگی کشش - کشش قرار گرفته است. شکل ۱ جهت مادی (on-axis) و جهت بارگذاری (off-axis) را در یک لایه ناهم‌سانگرد (orthotropic) نشان می‌دهد.

آزمایش‌های متعدد انجام شده توسط پژوهشگران [۱۱، ۱۹] و نتایج به دست آمده نشان داده است که در این حالت خواص لایه از قبیل سفتی و استحکام نهایی تابعی از عمر بوده و با افزایش عمر کاهش می‌یابد. بنابراین، هدف ارائه مدلی است که با در نظر گرفتن آثار کاهش سفتی و استحکام به طور هم‌زمان برای یک کامپوزیت تک‌جهتی، عمر خستگی این مواد را برای زاویه‌های مختلف و شرایط بارگذاری متعدد پیش‌بینی کند.

ارائه مدل خستگی بر پایه روش انرژی

برای در نظر گرفتن اثر کاهش سفتی و استحکام در مدل‌های ماکروسکوپی خستگی مدل شکست استاتیکی ساندو [۲۰] انتخاب شده است. این مدل بدون در نظر گرفتن شیوه شکست با استفاده از تمام مؤلفه‌های تنش و کرنش داخل صفحه‌ای در یک معادله واحد نرمال شده، شکست را در حالت استاتیکی پیش‌بینی می‌کند. ساندو این مدل را برای یک تک لایه ناهم‌سانگرد به شکل زیر بیان کرده است:

$$\frac{\sigma_1 \epsilon_1}{X \epsilon_{1f}} + \frac{\sigma_2 \epsilon_2}{Y \epsilon_{2f}} + \frac{\sigma_6 \epsilon_6}{S \epsilon_{6f}} = 1 \quad (3)$$

معادله (۴) را می‌توان به شکل معادله (۶) بازنویسی کرد:

$$u_m = \left(\frac{\ln(a/z)}{\ln[(1-q)(C+q)]} \right) = A + B \log N_f \quad (10)$$

$$u_s = \log \left(\frac{\ln(a/z)}{\ln[(1-q)(C+q)]} \right) = A + B \log N_f \quad (11)$$

که در آن A و B پارامترهای برازش منحنی، $a = \sigma_a / \sigma_t$ ، دامنه تنش، $q = \sigma_m / \sigma_t$ ، تنش متوسط، $c = \sigma_c / \sigma_t$ (در بارگذاری کششی و فشاری)، $C = 1$ در بارگذاری برشی، $z = 7.06$ و زیروندهای f ، m و s به ترتیب برای بارگذاری در جهت الیاف، زمینه و برش داخل صفحه‌ای هستند.

برای محاسبه کاهش سفتی و استحکام به کمک معادله‌های (۷) تا (۱۱) شکرکریه و لسارد [۱۷] با انجام آزمایش‌های تک‌جهتی برای کامپوزیت کربن-اپوکسی AS4/3501-6A در حالت‌های استاتیک و خستگی در هر سه جهت الیاف، زمینه و برش داخل صفحه‌ای پارامترهای مورد نیاز را به دست آورده‌اند. جدول ۱ نتایج آزمایش‌های استاتیک و جدول ۲ پارامترهای مورد نیاز معادله‌های (۷) تا (۱۱) را نشان می‌دهد. در این پژوهش به جای استفاده از معادله آدام و همکاران [۲۱] از معیار دیگری که قبلاً توسط نویسندگان گسترش داده شده [۵] برای محاسبه عمر خستگی استفاده شده است:

$$\Delta W^* = \frac{(1+R)}{(1-R)} (\Delta \sigma_x)^2 \times \left(\frac{\cos^4 \theta}{X^2} + \frac{\sin^4 \theta}{Y^2} + \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}{S^2} \right) \quad (12)$$

که در آن Δ قبل از هر پارامتر محدوده آن را نشان می‌دهد، $\Delta W^* = k N_f^\alpha$ و α و k از برازش منحنی بر نتایج تجربی آوریخ و هان [۱۰] روی کامپوزیت کربن-اپوکسی AS4/3501-5A طبق معادله (۱۳)

جدول ۱- نتایج آزمایش استاتیک [۱۸].

برش داخل صفحه‌ای	در جهت زمینه	در جهت الیاف	خواص
۱۳۶/۸	۵۲/۶	۲۰۰۴/۴	استحکام کششی (GPa)
۱۳۶/۸	۲۰۳/۶۹	۱۱۹۷/۴	استحکام فشاری (GPa)
۵	۸/۸۷	۱۴۶/۷۸	مدول کششی (GPa)
۵	۱۰/۱	۱۰۸/۵	مدول فشاری (GPa)
۰/۱۰۱	۰/۰۰۶۸	۰/۰۱۳۶	کرنش شکست

$$\frac{\sigma_1^2 / E_1(R, \sigma, n)}{W_{r1}(R, \sigma, n)} + \frac{\sigma_{2X}^2 / E_2(R, \sigma, n)}{W_{r2}(R, \sigma, n)} + \frac{\sigma_6^2 / E_6(R, \sigma, n)}{W_{r6}(R, \sigma, n)} = 1 \quad (6)$$

که در این معادله E_1 ، E_2 و E_6 سفتی و W_{r1} ، W_{r2} و W_{r6} چگالی انرژی کرنش باقی‌مانده در جهت‌های مادی هستند که با افزایش چرخه‌های خستگی کاهش می‌یابند. صورت کسر نیز چگالی انرژی کرنش است که در هر لحظه با توجه به وضعیت بارگذاری به سامانه وارد می‌شود.

محاسبه کاهش سفتی و استحکام در یک تک‌لایه ناهم‌سانگرد

برای محاسبه کاهش سفتی و استحکام از مجموعه‌ای از مدل‌های ارائه شده توسط شکرکریه و لسارد [۱۸] طبق معادله‌های (۷) و (۸) استفاده شده است:

$$E(R, \sigma, n) = \left[1 - \left(\frac{\log(n) - \log(0.25)}{\log(N_f) - \log(0.25)} \right) \lambda \right]^{\frac{1}{\gamma}} \left(E_s - \frac{\sigma}{\epsilon_f} \right) + \frac{\sigma}{\epsilon_f} \quad (7)$$

$$R(R, \sigma, n) = \left[1 - \left(\frac{\log(n) - \log(0.25)}{\log(N_f) - \log(0.25)} \right) \beta \right]^{\frac{1}{\alpha}} (R_s - \sigma) + \sigma \quad (8)$$

که در آن $E(R, \sigma, n)$ و $R(R, \sigma, n)$ سفتی و استحکام باقی‌مانده در جهت‌های مادی، R_s و E_s سفتی و استحکام در حالت استاتیک، σ حداکثر تنش اعمالی در بارگذاری خستگی، ϵ_f کرنش شکست، n تعداد چرخه‌های خستگی، N_f عمر خستگی در تنش اعمالی، γ و λ پارامترهای برازش منحنی سفتی و α و β پارامترهای برازش منحنی استحکام هستند.

معادله‌ای توسط آدام و همکاران [۲۱] برای محاسبه عمر خستگی یک تک‌لایه در نسبت‌های مختلف تنش و بارگذاری تک‌جهتی مشابه معادله (۹) داده شده است:

$$u_f = \left(\frac{\ln(a/z)}{\ln[(1-q)(C+q)]} \right) = A + B \log N_f \quad (9)$$

معادله (۹) برای حالت برش داخل صفحه‌ای و فشار مطابق معادله‌های (۱۰) و (۱۱) توسط شکرکریه و لسارد [۱۸] اصلاح شده است:

جدول ۲- پارامترهای مورد نیاز برای محاسبه کاهش سفتی و استحکام [۱۸].

خواص	درجهت الیاف	در جهت زمینه	برش داخل صفحه‌ای
α	۱۰/۰۳	۹/۶۲۸۷	۰/۱۶
β	۰/۴۷۳	۰/۱۲۵۵	۹/۱۱
γ	۰/۳۰۲۴	۰/۱۱۵۵	۱۱
λ	۱۴/۵۷	۱۴/۷۷	۰/۷
u	$۷۳۶۸۹+۰/۱۰۹ \log(N_f)$	$۰/۹۹۹+۰/۰۹۶ \log(N_f)$	$۰/۹۹۹+۰/۱۸۶ \log(N_f)$

به دست آمده است:

$$\Delta W^* = 1.028 (2N_f)^{-0.1211} \quad (13)$$

مزیت استفاده از این معادله نسبت به معادله‌های (۹) تا (۱۱) این است که در معادله (۱۳) فقط دو پارامتر از برازش منحنی به دست می‌آیند، در حالی که در معادله‌های (۹) تا (۱۱) نیاز به شش پارامتر مستقل از هم است که از برازش منحنی با روش حداقل مربعات بر نتایج تجربی به دست می‌آیند. همچنین، ضرایب ثابتی مشابه c و Z هم که از راه آزمایش در معادله‌های (۹) تا (۱۱) به دست می‌آیند، در معادله جدید (معادله ۱۳) حذف شده‌اند. با استفاده از معادله‌های (۷)، (۸) و (۱۲) کاهش سفتی و استحکام در جهت‌های مادی محاسبه شده است. شکل ۲ کاهش سفتی محاسبه شده از راه معادله‌های (۷) و (۱۲) را در جهت زمینه برای وضعیت‌های مختلف تنش در کامپوزیت کربن - اپوکسی نشان می‌دهد. در شکل ۲، S درصد تنش خستگی اعمال شده نسبت به استحکام استاتیک و $E\gamma$ سفتی

باقی مانده را در جهت زمینه نشان می‌دهند.

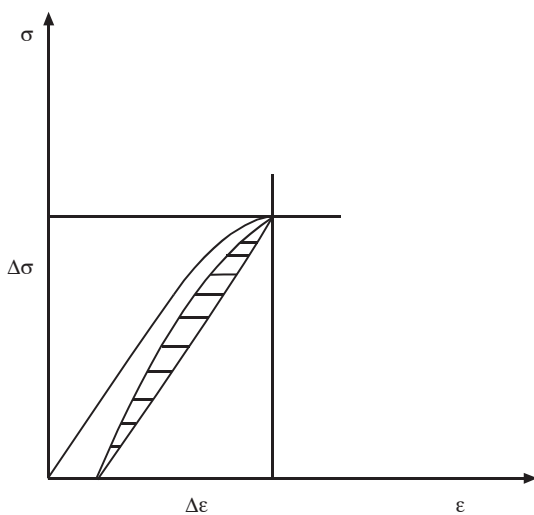
محاسبه کاهش چگالی انرژی کرنش در یک تک لایه ناهم‌سانگرد

در یک بارگذاری فزاینده استاتیک زیر شرایط بارگذاری بار کنترل، با افزایش بار، ترک در رزین آغاز شده و باعث جهش منحنی به شکل افزایش کرنش در قطعه می‌شود، چنانچه بعد از ایجاد ترک در قطعه باربرداری انجام شود، منحنی با همان شیب رفت به حالت اولیه برنمی‌گردد و درحقیقت مقداری از ظرفیت چگالی انرژی کرنش کل جسم کاهش می‌یابد. مشابه همین حالت در بارگذاری خستگی اتفاق می‌افتد. در بارگذاری خستگی، شکست در قطعه و رشد آن با اندازه‌گیری پارامترهای مختلفی از قبیل کاهش استحکام و سفتی، افزایش چگالی ترک و چگالی انرژی کرنش تلف شده در هر لحظه نسبت به حالت قبل اندازه‌گیری می‌شود.

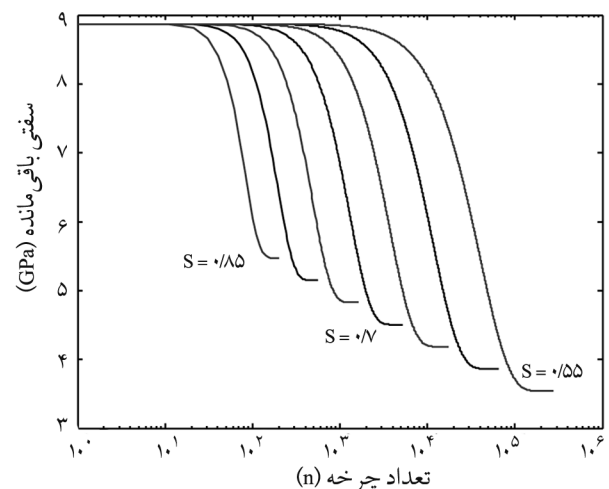
انرژی تلف شده در هر چرخه بارگذاری خستگی از راه ثبت منحنی تنش - کرنش و اندازه‌گیری مساحت بین منحنی تنش - کرنش در رفت و برگشت به دست می‌آید. این عامل نیز مشابه کاهش سفتی به شکل غیرمخرب اندازه‌گیری می‌شود (شکل ۳). در این روش مقداری از انرژی اندازه‌گیری شده مربوط به میرایی جسم است که بعد از تعدادی چرخه ثابت شده و می‌توان از انرژی تلف شده جدا کرد. تعریف ریاضی انرژی تلف شده در هر چرخه با معادله ریاضی (۱۴) بیان می‌شود:

$$W_d = \int \sigma d\varepsilon \quad (14)$$

که در آن σ تنش، ε کرنش و W_d انرژی تلف شده در هر چرخه



شکل ۳- طرح کلی منحنی تنش - کرنش رفت و برگشتی در حالت بارگذاری خستگی.



شکل ۲- کاهش سفتی در جهت زمینه برای نسبت‌های مختلف تنش در کامپوزیت کربن - اپوکسی.

بارگذاری خستگی هستند.

کرنش باقی‌مانده را می‌توان از معادله (۱۶) به دست آورد:

$$\begin{cases} W_{r1} = X(R, \sigma, n) \times \varepsilon_{1s} \\ W_{r2} = Y(R, \sigma, n) \times \varepsilon_{2s} \\ W_{r6} = S(R, \sigma, n) \times \varepsilon_{6s} \end{cases} \quad (16)$$

اگر بارگذاری تک‌جهتی باشد، شکست زمانی اتفاق می‌افتد که چگالی انرژی کرنش باقی‌مانده با چگالی انرژی کرنش وارد شده به جسم برابر شود. برای حالت بارگذاری کلی با توسعه معادله استاتیک ساندو به حالت خستگی مطابق معادله (۶) به دست می‌آید. طبق این معادله شکست زمانی رخ می‌دهد که سمت راست معادله برابر یا بزرگ‌تر از ۱ شود. با جای‌گذاری معادله انرژی باقی‌مانده (معادله ۱۶) در معادله (۶) معیار شکست پیش‌رونده در بارگذاری خستگی برای یک کامپوزیت تک‌جهتی بر پایه روش انرژی به دست می‌آید:

$$\frac{\sigma_1^2 / E_1(R, \sigma, n)}{X(R, \sigma, n) \times \varepsilon_{1s}} + \frac{\sigma_{2x}^2 / E_2(R, \sigma, n)}{Y(R, \sigma, n) \times \varepsilon_{21s}} + \frac{\sigma_6^2 / E_6(R, \sigma, n)}{S(R, \sigma, n) \times \varepsilon_{6s}} = n_f^2 \quad (17)$$

که در آن n_f^+ شکست عدد خستگی است و اگر بیشتر از ۱ شود، شکست خستگی اتفاق می‌افتد.

مؤلفه‌های جهت‌های مادی تنش با استفاده از یک زمینه دوران مناسب از مؤلفه‌های جهت‌های بارگذاری تنش به دست می‌آیند [۱۵]. برای بارگذاری تک‌محوری $\sigma_x \neq 0$ و $\sigma_y = \sigma_s = 0$ مؤلفه‌های تنش از معادله (۱۸) به دست می‌آیند:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_x \cos^2 \theta \\ \sigma_2 = \sigma_x \sin^2 \theta \\ \sigma_6 = -\sigma_x \cos \theta \sin \theta \end{cases} \quad (18)$$

که در آن θ زاویه جهت الیاف با جهت بارگذاری و σ_x مؤلفه تنش در جهت بارگذاری است. با افزایش n در معادله (۱۷) زمانی که مقدار سمت چپ معادله برابر با ۱ شود، شکست اتفاق افتاده و عمر تک‌لایه کامپوزیتی پیش‌بینی می‌شود.

ارزیابی تجربی

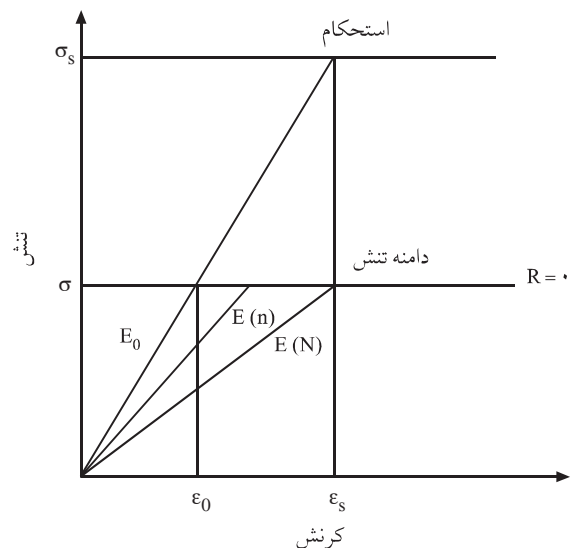
از نتایج تجربی انجام شده توسط شکریه و لسارد روی کامپوزیت کربن-اپوکسی AS4/3501-6A در زاویه ۳۰ درجه برای مقایسه با نتایج

حال چنان چه با روش‌های آزمایشی مقدار انرژی تلف شده در هر چرخه محاسبه شود، می‌توان با کسر آن از مقدار حداکثر چگالی انرژی کرنشی در بارگذاری استاتیک چگالی انرژی کرنش باقی‌مانده در هر چرخه را به دست آورد و به کمک معادله (۶) عمر یک چندلایه تک‌جهتی را به طور پیش‌رونده پیش‌بینی کرد. افزون بر این، امکان پیش‌بینی عمر یک چندلایه تک‌جهتی زیر بارگذاری متغیر با استفاده از این روش وجود دارد. با توجه به این که نتایج تجربی موجود بر اساس کاهش استحکام و سفتی ثبت شده‌اند، در این پژوهش، برای به دست آوردن چگالی انرژی کرنش باقی‌مانده از حاصل ضرب استحکام باقی‌مانده در کرنش شکست در هر چرخه استفاده شده است. با فرض رابطه خطی بین تنش و کرنش مطابق شکل ۴ چگالی انرژی کرنش برای شکست قطعه در بارگذاری استاتیک از معادله (۱۵) به دست می‌آید:

$$W_s = \frac{1}{2} \sigma_s \varepsilon_s \quad (15)$$

که در آن زیروند s در مقابل پارامترها نشان‌دهنده وضعیت بارگذاری استاتیک است.

با فرض بارگذاری خستگی با نسبت تنش صفر (یا نزدیک صفر) و حداکثر مقدار σ ، با گذشت زمان در هر لحظه مدول کشسان مطابق معادله (۶) کاهش می‌یابد. در این حالت ماده نرم‌تر شده و به دنبال آن، در تنش ثابت، کرنش و در نتیجه مقدار چگالی انرژی کرنش ورودی به ماده افزایش می‌یابد. انرژی کرنش اضافی وارد شده در هر چرخه صرف رشد ترک و ایجاد ترک‌های جدید در ماده می‌شود. چگالی انرژی



شکل ۴- مقایسه انرژی شکست در بارگذاری استاتیک و خستگی با نسبت تنش صفر.

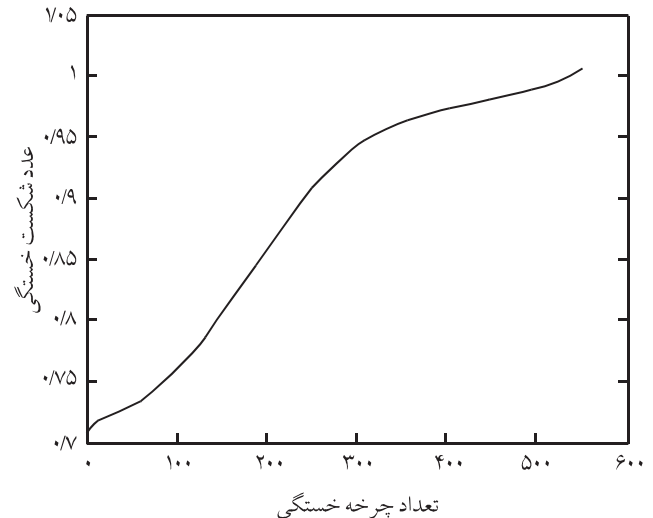
شده در این پژوهش مقایسه شده است. خط ممتد نتایج شبیه سازی شده توسط مدل و علامت های ضربدر نتایج تجربی را نشان می دهد. همان طور که در این شکل ملاحظه می شود، در صورت نمایش نتایج مقیاس نیمه لگاریتمی هم خوانی خوبی بین نتایج پیش بینی شده و تجربی وجود دارد. در این شکل محور افقی عمر خستگی و محور عمودی درصد تنش اعمالی را نسبت به استحکام استاتیک نشان می دهند.

نتایج به دست آمده به وسیله مدل عمر کمتری را نسبت به نتایج تجربی نشان می دهد. یکی از دلایل این امر مربوط به نحوه پیش بینی عمر خستگی در جهت های مادی و استفاده از معادله (۱۳) است. با انجام آزمایش های بیشتر در زاویه های ۰، ۹۰ و ۴۵ درجه نتایج پیش بینی شده توسط مدل بهبود می یابد. به هر حال مدل ارائه شده در این پژوهش مدلی محافظه کارانه به نظر می رسد.

مزیت استفاده از مدل های شکست پیش رونده نسبت به مدل های ماکروسکوپی موجود در این است که امکان پیش بینی سفتی، استحکام و عمر باقی مانده یک کامپوزیت تک جهتی بعد از یک تاریخچه بارگذاری فراهم می شود. در این پژوهش، با توسعه مدل استاتیک ساندو برای حالت بارگذاری خستگی و استفاده از روشی جدید برای پیش بینی عمر تک لایه های کامپوزیتی در جهت های مادی معیار جدیدی بر اساس مدل های شکست پیش رونده برای پیش بینی عمر خستگی کامپوزیت های تک جهتی ارائه شده است که قابل توسعه به چند لایه های کامپوزیتی است.

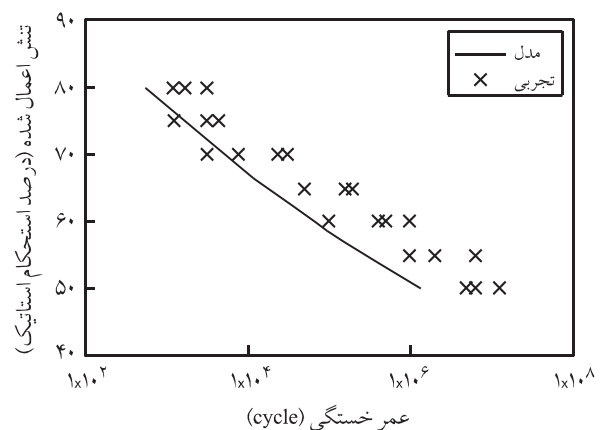
نتیجه گیری

در پژوهش حاضر با توسعه یک مدل شکست استاتیک بر پایه انرژی برای بارگذاری خستگی، از هر دو عامل کاهش سفتی و استحکام، برای پیش بینی عمر خستگی، در یک معیار نرمال شده استفاده شده است. مدل ارائه شده با لحاظ کردن هر دو عامل کاهش سفتی و استحکام و استفاده از معادله جدیدی برای پیش بینی عمر خستگی تک لایه های کامپوزیت در جهت های مادی، عمر خستگی کامپوزیت را بر اساس الگوی شکست پیش رونده شبیه سازی کرده است. برای مقایسه نتایج مدل با نتایج تجربی از نتایج موجود برای کامپوزیت کربن - اپوکسی در نسبت های تنش صفر و ۰/۱ و وضعیت های تنش ۵۰، ۶۰، ۷۰ و ۸۰ درصد استحکام استاتیک استفاده شده است. نتایج پیش بینی شده توسط مدل نسبت به نتایج تجربی مقادیر کمتر و محافظه کارانه ای را برای عمر یک تک لایه کامپوزیتی پیش بینی کرده است. روش ارائه شده در این پژوهش برای پیش بینی عمر خستگی یک تک لایه کامپوزیتی و قابل توسعه برای چند لایه های کامپوزیتی است.



شکل ۵- تغییرات عدد تخریب خستگی با افزایش تعداد چرخه های خستگی.

پیش بینی شده به وسیله مدل استفاده شده است. نمونه های آزمایش از ۱۶ لایه تک جهتی کامپوزیت پیش آغشته کربن - اپوکسی با زاویه ۳۰ درجه در ابعاد $25/4 \text{ mm} \times 2/29 \text{ mm} \times 30/22 \text{ mm}$ و روش لایه گذاری دستی همراه با خلاء ساخته شده است. آزمایش های خستگی در نسبت تنش $R=0/1$ ، بسامد ۵Hz و در ۴۰، ۵۰، ۶۰، ۷۰ و ۸۰ درصد استحکام استاتیک انجام شده است. در شکل ۵ نحوه تغییرات عدد شکست خستگی با افزایش تعداد چرخه خستگی در ۸۰ درصد بارگذاری نشان داده شده است. همان طور که شکل نشان می دهد، با افزایش تعداد چرخه های بارگذاری عدد شکست افزایش یافته و زمانی که چرخه بارگذاری خستگی به عمر خستگی لایه مورد نظر برسد، شکست اتفاق می افتد. در شکل ۶ نتایج تجربی با نتایج شبیه سازی شده به وسیله مدل ارائه



شکل ۶- مقایسه عمر خستگی به دست آمده از راه آزمایش و مدل.

مراجع

1. Degreck J. and Van Paeppegem W., Fatigue Damage Modeling of Fibre-Reinforced Composite Materials Review, *Appl. Mechanic Rev.*, **54**, 279-300, 2001.
2. Sendeckyj G.P., Life Prediction for Resin-Matrix Composite Materials, *Fatigue of Composite Materials*, Reifsnider K.L.(Ed.), Elsevier Science, New York, 431-483, 1990.
3. Stinchcomb W.W. and Reifsnider K.L., Fatigue Damage Mechanism in Composite Materials: A Review, *Fatigue Mechanisms, Proceeding of an ASTM-NBS-NSF Symposium*, USA, Fong J.T. (Ed.), ASTM STP 675, 762-778, 1979.
4. Kawai M., A Phenomenological Model for Off-axis Fatigue Behavior of Unidirectional Polymer Matrix Composites under Different Stress Ratios, *Composites: Part A*, **35**, 955-963, 2004.
5. Shokrieh M.M. and Taheri-Behrooz F., A Unified Fatigue Life Model Based on Energy Method, *Compos. Struct.*, **75**, 444-450, 2006.
6. Ellyin F. and EL-Kadi H., A Fatigue Failure Criterion for Fiber Reinforced Composite Lamina, *Compos. Struct.*, **15**, 61-74, 1990.
7. Plumtree A. and Cheng G.X., A Fatigue Damage Parameter for Off-axis Unidirectional Fiber Reinforced Composites, *Int. J. Fatigue*, **21**, 849-856, 1999.
8. Petermann J. and Plumtree A., A Unified Fatigue Failure Criterion for Unidirectional Laminates, *Composites: Part A*, **32**, 107-118, 2001.
9. Sims D.F. and Brogdon V.H., Fatigue Behavior of Composites under Different Loading Modes, *Fatigue of Filamentary Composite Materials*, Reifsnider K.L. and Lauraitis K.N. (Eds.), ASTM STP 636, 185-205, 1977.
10. Awerbuch J. and Hahn H.T., Off-axis Fatigue of Graphite/Epoxy Composites, *Fatigue of Fibrous Composite Materials*, Reifsnider K.L. and Lauraitis K.N. (Eds.), ASTM STP 723, 243-247, 1981.
11. Adam T., Dickson R.F., Jones C.J., Reiter H. and Harris B., A Power Low Fatigue Damage Model for Fiber-Reinforced Plastic Laminates, *Proc. Inst. Mech. Eng., Part C*, **200**, 155-166, 1986.
12. Reifsnider K.L. and Gao Z., A Micromechanics Model for Composites under Fatigue Loading, *Int. J. Fatigue*, **3**, 149-156, 1991.
13. Philippidis T.P. and Vassilopoulos A.P., Fatigue Strength Prediction under Multiaxial Stress, *J. Compos. Mater.*, **33**, 1578-1599, 1999.
14. Hwa M., Jen R. and Lee C.H., Strength and Life in Thermoplastic Composite Laminates under Static and Fatigue Loads, Part II: Formulation, *Int. J. Fatigue*, **20**, 617-629, 1998.
15. Tsai S.W., *Introduction to Composite Materials*, Technomic, Westport, USA, 32-60, 1980.
16. Hashin Z. and Rotem R., A Fatigue Failure Criterion for Fiber Reinforced Materials, *J. Compos. Mater.*, **7**, 448-464, 1973.
17. Shokrieh M.M. and Lessard, L.B., Progressive Fatigue Damage Modeling of Composite Materials, Part I: Modeling, *J. Compos. Mater.*, **34**, 1056-1080, 2000.
18. Shokrieh M.M. and Lessard, L.B., Progressive Fatigue Damage Modeling of Composite Materials, Part II: Material Characterization and Model Verification, *J. Compos. Mater.*, **34**, 1081-1116, 2000.
19. Highsmith A.L. and Reifsnider K.L., Stiffness Reduction Mechanisms in Composite Laminates, *Damage in Composite Materials*, Reifsnider K.L. (Ed.), ASTM STP 775, 103-117, 1982.
20. Sandhu R.S., Gallo R.L. and Sendeckyj G.P., Initiation and Accumulation of Damage in Composite Laminates, Daniel I.M. (Ed.) ASTM STP 787, 163-182, 1982.
21. Adam T., Fernando G., Dickson C.J., Reiter H. and Harris B., Fatigue Life Prediction for Hybrid Composites, *Int. J. Fatigue*, **11**, 233-237, 1989.